



MATEMATIKAI PRAKTIKUM



Matematikai praktikum feladatgyűjtemény tanítóknak

BAGOTA MÓNKA

**Matematikai praktikum
feladatgyűjtemény tanítóknak**

Budapest, 2019

A kötet az ELTE tankönyv- és jegyzettámogatási pályázatán elnyert forrás felhasználásával készült.

Lektorálta: Zsinkó Erzsébet

© Bagota Mónika, 2019

ORCID kód: 0000-0001-9203-3552

Tudományterületi besorolás: 112. Alkalmazott matematika (Applied mathematics)

ISBN 978-963-489-075-1



www.eotvoskiado.hu



Felelős kiadó: az ELTE Tanító- és Óvóképző Kar dékánja

Kiadói szerkesztő: Kiss Ernő Csongor

Projektvezető: Sándor Júlia

Borító: Csele Kmotrik Ildikó

Tartalom

Bevezetés	6
1. fejezet	
Számok írása, számszomszédok, kerekítés.	8
2. fejezet	
Maradékös osztás, oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös	11
3. fejezet	
Tötrészek, törtek.	13
4. fejezet	
Műveletek sorrendje, algebrai átalakítások; nyitott mondatok felírása	17
5. fejezet	
Logikai feladatok	23
6. fejezet	
Kombinatorikai feladatok	29
7. fejezet	
Átváltások (hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő).	33
8. fejezet	
Geometria	39
Megoldások	50
1. fejezet	50
2. fejezet	55
3. fejezet	59
4. fejezet	65
5. fejezet	78
6. fejezet	86
7. fejezet	93
8. fejezet	98
Irodalomjegyzék	105

Bevezetés

Az ELTE TÓK Matematika Tanszéke a 2016/17-es tanévben egy új, Matematikai praktikum nevű tárgyat vezetett be az első évfolyamos tanító szakos hallgatók számára. A tárgy célja az általános iskolai tananyag szintézisjellegű összefoglalása, a hallgatók segítése matematikai ismereteik felfrissítésében, a hiányosságok pótlásában, továbbá az alsó tagozatos matematika tanításához szükséges alapismeretek összefoglalása és elmélyítése. A tantárgy célja emellett a hallgatók matematikai kompetenciájának – a leendő tanítók pontos tudományos terminológia használatának érdekében való – átgondolása, valamint a matematika tanulásához szükséges módszerek kidolgozása a további matematikai tárgyú kurzusok sikeres elsajátítása érdekében.

A kurzus során a hallgatók értelmezik az alsó tagozatos matematika tananyag (kiemelten kezelve a 3–4. osztályos tankönyveket és számolófüzeteket) legalapvetőbb részeit, elsajátítják és gyakorolják az alsó tagozaton előforduló megoldási technikákat. Nagyszámú gyakorlófeladat elvégzése során szereznek nagyobb tapasztalatot és rutint az alsó tagozatos matematikafeladatok megoldásában az alábbi témákban:

- Számok felírása, számszomszédok, kerekítés;
- Maradékos osztás, oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös;
- Tötrészek, törtek;
- Műveletek sorrendje, algebrai átalakítások; nyitott mondatok felírása;
- Logikai feladatok;
- Kombinatorikai feladatok;
- Átváltások (hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő);
- Geometria.

A jegyzet fő célja, a fent említett témakörök mentén haladva, az alsó tagozatos matematika tananyag fő részeinek összefoglalása. A közölt feladatokat 3–4. osztályos tankönyvekből és munkafüzetekből, illetve a nyolc évfolyamos gimnáziumok központi írásbeli felvételi vizsgáinak feladatsoraiból válogattam ki, és az Olvasó minden feladathoz részletes megoldást talál, melyekben a fenti elveket követve előtérbe kerülnek az alsó tagozaton előforduló megoldási módszerek és technikák. (Itt kívánom megemlíteni, hogy a 3–4. osztályos tankönyvekben és munkafüzetekben szereplő feladatok előfordulási helyét a könnyebb áttekinthetőség kedvéért nem egyesével a felhasznált feladatok után, hanem az Irodalomjegyzék végén, felsorolva adtam meg.)

Szeretnék köszönetet mondani a Mozaik Kiadónak, hogy lehetővé tette a 3–4. osztályos matematikatanakönyveiben szereplő feladatok e jegyzetben történő felhasználását.

Külön szeretném megköszönni C. Neményi Eszternek a kézirat gondos átnézését és hasznos javaslatait, továbbá azt, hogy hozzájárult a 3–4. osztályos tankönyveiben található feladatok felhasználásához.

Hálás köszönet illeti Zsinkó Erzsébet lektort a kézirat és a digitális változat lelkiismeretes és precíz átolvasásáért és jobbító tanácsaiért.

Remélem, a tanító szakos hallgatók haszonnal forgatják majd ezt a feladatgyűjteményt. Tapasztalataim szerint, matematikai tanulmányokban való előremenetel elsősorban a sok gyakorláson, a feladatok lehetőleg önálló megoldásán múlik. Ez rendszerint sok-sok ráfordított munkaórát igényel, különösen akkor, ha valaki korábbi tanulmányai során nem tudta minden részletében elsajátítani a kurzus által támasztott követelményeket. A kulcsszó minden esetben a rendszeresség: az, hogy a hallgatók akár naponta hosszabb időt gyakorlással, feladatmegoldással töltsenek.

Sikeres tanulást kívánok.

A szerző

Budapest, 2018. november

1. fejezet

Számok írása, számszomszédok, kerekítés

- 1.1. Írjuk le a következő számok számjegyes alakját!
- a) 6 százaz, 3 tízes, 8 egyes
3 százaz, 8 tízes, 6 egyes
Alkossunk más háromjegyű számot is a 3, 6, 8 számjegyekből! Adjuk meg a megalkotott számok számjegyeinek a valódi értékét!
 - b) 4 tízes, 23 egyes, 8 százaz
23 tízes, 4 százaz, 8 egyes
23 százaz, 8 tízes, 4 egyes
 - c) 52 egyes
52 tízes
52 tízes, 52 egyes
3 százaz, 26 tízes, 12 egyes
- 1.2. Melyik az a legnagyobb, 5000-nél kisebb szám, amelynek számjegyeinek összege 17?
- 1.3. Hagyjuk el az 5 824 617 szám három számjegyét úgy, hogy a megmaradó négyjegyű szám a lehető
- a) legnagyobb,
 - b) legkisebb legyen!
- 1.4. Pótoljuk a $\blacksquare 24 \blacksquare$ négyjegyű számban a hiányzó számjegyeket a feltételeknek megfelelően!
- a) A lehető legnagyobb szám legyen!
 - b) A lehető legkisebb szám legyen!
 - c) A számjegyek összege 7 legyen!
 - d) A számjegyek összege a lehető legnagyobb legyen!
- 1.5. Egy háromjegyű szám egyik számjegyét letakartuk: $7 \blacksquare 2$.
Melyik állítás igaz, melyik hamis? Melyik állításról nem lehet eldönteni a letakart számjegy ismerete nélkül, hogy igaz vagy hamis?
- a) A szám páros.
 - b) Kisebb 800-nál.
 - c) A tízesek helyén álló számjegy valódi értéke 40.
 - d) A százask helyén álló számjegy valódi értéke 70.
 - e) A szám számjegyeinek összege kétjegyű szám.
 - f) A legkisebb helyi értéken a legkisebb alaki értékű számjegy van.
- 1.6. Egy szám tízes szomszédainak összege 8010. Az egyik tízes szomszéd 3-mal nagyobb a számnál. Melyik ez a szám?

1.7.

- a) Írjuk le azokat a négyjegyű számokat, amelyekben minden helyi értéken ugyanaz az alaki értékű számjegy áll!
- b) Melyik az a legkisebb, illetve legnagyobb négyjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 3?

1.8. Ha egy háromjegyű számból kivonunk 18-at, azt a legkisebb háromjegyű számot kapjuk, amelyben az egyik helyi értéken 9-es számjegy áll, a másik két helyi értéken álló számjegy összege pedig 6. Melyik ez a háromjegyű szám?

1.9. Pótoljuk a hiányzó számjegyeket a növekvő sorrendbe állított számokban!

$$2 \square 3 < \square 21 < \square 18 < 40 \square < \square 40 < 4 \square 4$$

1.10. Milyen számjegyeket írhatunk a hiányzó helyekre, hogy helyes legyen a kerekítés?

a) Tízetre kerekítünk:

$$2 \square 8 \approx 290$$

$$\square 45 \approx 500$$

$$34 \square \approx 350$$

$$67 \square \approx 670$$

b) Százásra kerekítünk:

$$\square 81 \approx 900$$

$$\square 49 \approx 500$$

$$6 \square 5 \approx 600$$

$$14 \square \approx 100$$

1.11. A táblázatokban megadtuk a választott intervallumba tartozó legkisebb vagy legnagyobb számot, vagy az intervallumba tartozó számok kerekített értékét. Töltsük ki a táblázatokat!

Tízessekre kerekített érték	Az intervallumba tartozó legkisebb természetes szám	Az intervallumba tartozó legnagyobb természetes szám	Százásokra kerekített érték	Az intervallumba tartozó legkisebb természetes szám	Az intervallumba tartozó legnagyobb természetes szám
1280			1300		
9000			9000		
	4365			4350	
		104			49

1.12. Keressünk olyan természetes számokat, amelyeknek

- a) tízesekre kerekített értékük és százásokra kerekített értékük is 600!
- b) ugyanaz a szám a tízesekre kerekített értékük, mint a százásokra kerekített értékük!

- 1.13. Igaz-e, hogy ha egy számot először tízesekre, majd a kapott számot százásokra kerekítjük, akkor ugyanazt a számot kapjuk, mintha az eredeti számot rögtön százásokra kerekítjük?
- 1.14. Egy falu lakosainak száma körülbelül 1900 fő. Ha egy négytagú család költözne a faluba, a lakosok száma ugyanarra a helyi értékre kerekítve 2000 fő lenne. Hány lakosa lehet a falunak?
- 1.15. Egy kétjegyű szám első jegyét áttettük az egyesek helyére, ettől a számjegy valódi értéke 45-tel csökkent. A második számjegyet áttettük a tízesek helyére, ennek valódi értéke 9-cel növekedett.
- Melyik volt az eredeti szám? Mi lett belőle?
 - Mennyivel változott a szám értéke a számjegyek cseréjével?
- 1.16. Egy kétjegyű szám első jegyét áttesszük a második helyre, így ennek valódi értéke tizedére csökken. A második jegyet áttesszük az első helyre, ennek a számjegynek a valódi értéke a tízszeresére nő. Melyik lehet a kétjegyű szám?
- 1.17. Gondoltam egy számot, tízesekre kerekített értéke 420. Vannak egyenlő számjegyei, és a számjegyeinek összege kisebb 10-nél. Mi lehet a gondolt szám?
- 1.18. Gondoltam egy számot. Százásokra kerekített értéke 500. A tízesek és az egyesek számának összege 7. Mi lehet a gondolt szám?
- 1.19. Gondoltam egy háromjegyű számot, a százásokra kerekített értéke 10-zel nagyobb, mint a tízesekre kerekített értéke. A százatok helyén 3 áll. Mi lehet a gondolt szám?
- 1.20. Gondoltam egy 800-nál nagyobb háromjegyű számot. Tízesekre kerekített értéke nagyobb, mint a százásokra kerekített értéke. Az egyesek és tízesek számának összege 9. Vannak egyenlő számjegyei. Mi lehet a gondolt szám?

2. fejezet

Maradékos osztás, oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös

- 2.1. Melyik számra gondoltunk? Írjuk le művelettel!
- a) Az 5 nyolcszorosánál 3-mal nagyobb.
 - b) A 7 megvan benne 6-szor, és marad 2.
 - c) A 3 hatszorosa 1-gyel kisebb nála.
 - d) 4-gyel osztva 8-at kapunk, és marad 3.
- 2.2. Egy természetes szám kétszereséhez hozzáadtuk a háromszorosát, és 300-nál nagyobb számot kaptunk. Mi lehet a szám?
- 2.3. Egy természetes szám tízszereséből elvettük a háromszorosát, és 500-nál kisebb számot kaptunk. Mi lehet a szám?
- 2.4. Mennyi lehet a harmada annak a számnak, amely 450-nél nagyobb, de 600-nál kisebb?
- 2.5.
- a) Egy 76-nál nagyobb, de 106-nál kisebb számot osztunk 8-cal. Milyen természetes szám lehet a hányados?
 - b) Egy 76-nál nagyobb, de 106-nál kisebb számot osztottunk 8-nál kisebb természetes számmal. Milyen természetes szám lehet a hányados?
- 2.6. Mennyivel oszthattuk a 600-at, ha a hányados 20 és 30 között van?
- 2.7. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelyhez hozzáadva a hússzorosát négyjegyű számot kapunk?
- 2.8. Móni egy számot elosztott 5-tel, de eltévesztette a számítást. Így az eredmény 120-szal több lett, mint ha pontosan számolt volna. Melyik számot osztotta el Móni, ha 1546-ot kapott?
- 2.9. Angéla a házi feladatában egy műveletsor eredményeként 5716-ot kapott. Az ellenőrzés során észrevette, hogy az utolsó műveletnél 2-vel szorozott a 2-vel való osztás helyett. Mi lett volna a helyes eredmény?
- 2.10. Gondoltam egy négyjegyű számra. A harmadát vettem, majd a kapott számnak újra a harmadát és így tovább, míg végül 248-at kaptam. Melyik számra gondolhattam?
- 2.11. Gondoltam egy háromjegyű számot. Megszoroztam 8-cal, hozzáadtam a szorzathoz 120-at. 1000-nél kisebb, 6-ra végződő számot kaptam. Mi lehetett a gondolt szám?

- 2.12. Gyűjtsük össze azokat a háromjegyű páros számokat, amelyekben a számjegyek szorzata 40!
- 2.13. Az aggteleki cseppkőbarlang legnagyobb cseppköve 25 m magas. Hány éves lehet ez a cseppkő, ha 10 évente átlagosan 1 mm-t nőtt?
- 2.14. Több gyerek között úgy osztottunk szét 36 szál sárgarépát és 48 szem diót, hogy mindkettőből mindenkinek ugyanannyi jutott. Hány gyerek lehetett? Hány szál sárgarépa és mennyi dió jutott egy-egy gyereknek?
- 2.15. A buszvégállomásról 10 óra 30 perckor egyszerre indultak az A, B és C jelű járatok. Ezután az A jelű buszok 6 percenként indultak, a B jelűek 8 percenként, a C jelűek 12 percenként.
- a) Mely időpontokban indult egyszerre mindhárom járat délelőtt fél 12-ig?
 - b) Mely járatok indultak 10 óra 42 perckor?
 - c) A 10 óra 30 perces indulás után, de még fél 12 előtt hány alkalommal indult egyszerre az A és a C járat?
 - d) Hány A jelű busz indult el 11 óra után, de fél 12 előtt?
- 2.16. Ha a 2.a osztály tanulói négyesével ülnek padokba, akkor egy tanuló kimarad. Viszont a tanítóval együtt akár hármasával, akár ötösével is sorakozhatnak, nem marad ki senki. Hányan lehetnek az osztály tanulói?
- 2.17. Alkossunk négyjegyű számokat a következő számok sorrendezésével: 2, 5, 1, 7. Hány 3-mal és hány 6-tal osztható számot találhatunk köztük?
- 2.18. Alkossunk négyjegyű számokat a következő számok sorrendezésével: 5, 4, 4, 4. Hány 2-vel, hány 3-mal és hány 4-gyel osztható számot találhatunk köztük?
- 2.19. Melyik az a legkisebb, négyvel osztható ötjegyű szám, melynek minden számjegye különböző?
- 2.20. Melyik az a legkisebb
- a) 15-tel,
 - b) 45-tel
- osztható pozitív egész szám, amelyben csak a 0 és az 1 számjegyek szerepelnek?

3. fejezet

Törtrészek, törtek

3.1. Mindegyik rajz 1 egész. Állapítsuk meg 1 kis rész értékét! Mennyit ér a sötét rész?



3.2. Rajzoljuk meg az 1 egész területű síkidomot, ha

a) ez fél:



b) ez harmad:



c) ez 2 ötöd:



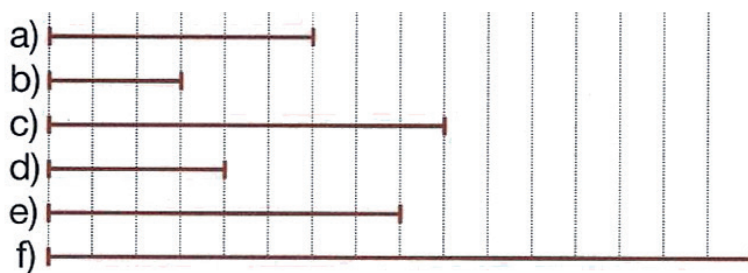
d) ez 2 heted:



3.3. Ennek a szakasznak a hosszúsága legyen 1!

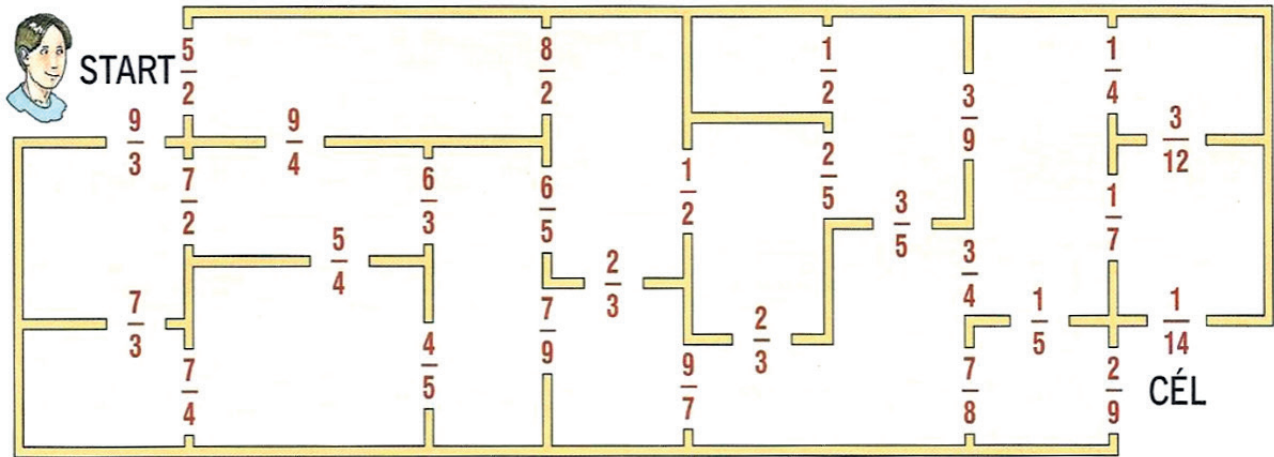


Milyen hosszúak ezek a szakaszok?



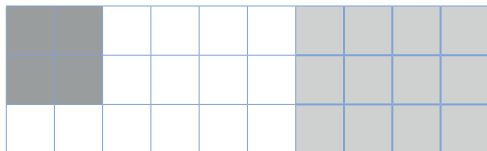
Írjuk le a szakaszok hosszát növekvő sorrendben!

3.4. Tamás mindig a kisebb szám irányába halad tovább. Merre kell mennie, ha célba akar érni?

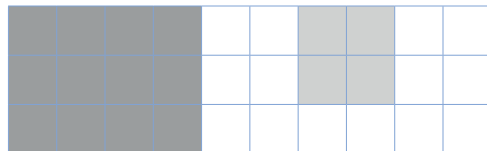


3.5.

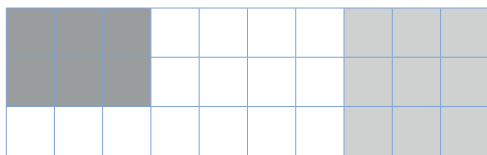
a) Ez a terület 1: Mennyit ér ez?



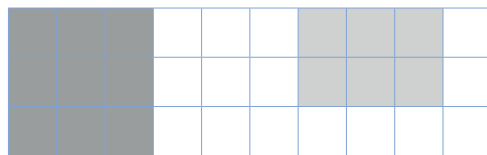
Ez 1: Mennyit ér ez?



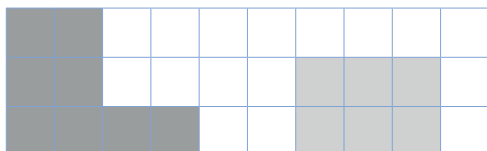
b) Ez a terület 1: Mennyit ér ez?



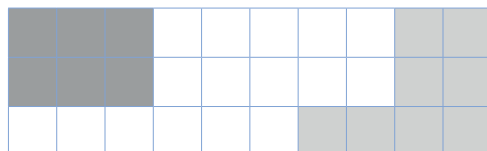
Ez 1: Mennyit ér ez?



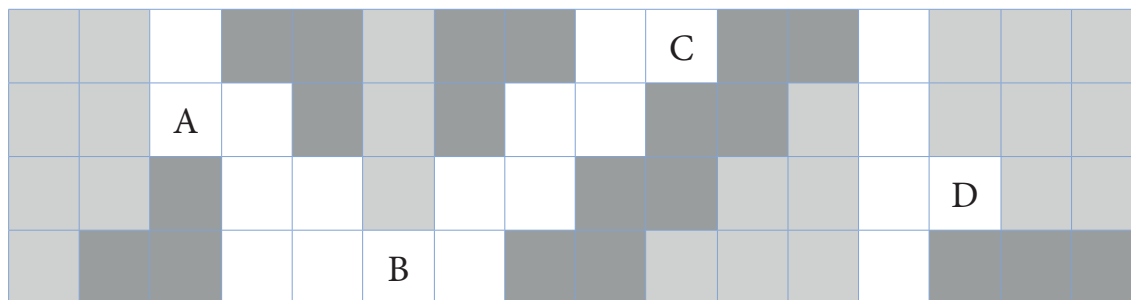
c) Ez a terület 1: Mennyit ér ez?



Ez 1: Mennyit ér ez?



3.6. Mennyit ér az egész? A sötét? A világos? Töltsük ki a táblázatot!



	A			B			C			D		
Az egész	10	200		90			140				660	
A sötét			15		90				40	33		
A világos						90		120				440

3.7. Gondoltam egy számra, a felének a harmada 40. Melyik számra gondoltam?

3.8. Melyik az a szám, amelyiknek a felénél 5-tel kisebb szám a 25?

3.9. Melyik a több? 60 felének a háromszorosa, vagy 60 háromszorosának a fele?

3.10. Melyik az a szám, amelynek a 3 ötöde nagyobb, mint a 4 hetede?

3.11. Gondoltam egy kétjegyű számot. Hozzáadtam 14-et, a kapott szám felét vettem, majd az eredmény jegyeit felcseréltem. Így végül 84-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

3.12. Melyik több:

- 3 század méter vagy 3 centiméter?
- 45 ezred méter vagy 45 centiméter?
- 27 tized méter vagy 2 és fél méter?
- negyed méter vagy 25 centiméter?
- 1 méter 3 negyede vagy 3 méter negyedrésze?

3.13. Melyik több:

- fél óra vagy 50 perc?
- negyed óra vagy harmad óra?
- 40 perc vagy kétharmad óra?
- 5 hatod óra vagy 60 perc?
- 3 negyed óra vagy 45 perc?

3.14.

- Egy iskola tanulóinak a $\frac{2}{3}$ része, vagyis 426 tanuló ebédel a menzán. Hány tanulója van az iskolának?

- b) A cukorka ára a negyedével, a csokoládé ára pedig az ötödével csökkent úgy, hogy az árleszállítás után az áruk egyenlő lett. Mennyibe került a cukorka az árleszállítás előtt, ha a csokoládé új ára 120 Ft?
- 3.15. Egy zsákban színes golyók vannak. A fele piros, a hatoda kék, a többi pedig sárga. Összesen hány golyó van a zsákban, ha 10 db sárga golyó van?
- 3.16. A gyümölcsös teli láda tömege 7-szer olyan nehéz, mint az üres láda. A teli láda tömege 30 kilogrammal nagyobb az üres láda tömegénél. Mekkora a gyümölcs tömege, és hány kilogramm az üres láda tömege?
- 3.17.
- a) Egy banán tömege 90 g és egy fél banán. Mekkora tömegű az egész banán?
- b) A kecskegida feleannyi káposztát eszik meg naponta, mint a kecskemama. Hány dekagrammot esznek meg külön-külön egy nap alatt, ha 5 nap alatt fogyasztottak el 6 kg káposztát közösen?
- 3.18. A Föld napja alkalmából utcai futóversenyt rendeztek. A futók harmada gyerek, a többi pedig felnőtt volt. A felnőttek hatoda nyugdíjas korú.
- a) Hány felnőtt futott, ha a nyugdíjas korúak 108-an voltak?
- b) Hányan futottak összesen?
- 3.19. Katinak 450 Ft-tal több pénze van, mint Pali pénzének fele. Hány forintjuk van külön-külön, ha együtt 2850 forintjuk van?
- 3.20. Orsi, Peti és Dóri a pénzüket számolgatják. Orsinak feleannyi van, mint Petinek. Peti pénze Dóri pénzének a fele. Petinek 140 Ft-tal van több pénze, mint Orsinak. Hány forintjuk van külön-külön?
- 3.21. Hány éves most az az ember, aki 5 év múlva kétszer annyi idős lesz, mint 5 évvel ezelőtt volt?
- 3.22. Móni 22 éve harmadannyi idős volt, mint most. Hány éves most Móni?
- 3.23. Dóri a ballagási meghívókat osztogatja. Hétfőn kiosztotta a meghívók harmadát, kedden a maradék negyedét, így már csak 9 maradt. Hány meghívója volt eredetileg?
- 3.24. Egy gyalogtúrának az első órában megtettük a negyedét, a második órában a maradék felét. A harmadik órában pihentünk, majd fél óra alatt megtettük a hátralevő út harmadát. Ezután már csak 3 km maradt a célig. Hány kilométeres volt a túra?
- 3.25. Egy bicegő, száz lábú százlábú így panaszkodik:
- a) „Éppen tízzel több lábam fáj, mint ahány nem.”
- b) „Fájó lábaim száma negyedrésze a nem fájó lábaim számának.”
- c) „Fájó lábaim számának egyharmada ugyanannyi, mint nem fájó lábaim számának fele.”
- Hány lába nem fáj a százlábúnak az a), b) és c) esetekben?

4. fejezet

Műveletek sorrendje, algebrai átalakítások; nyitott mondatok felírása

4.1. Végezzük el a műveleteket! Ügyeljünk a helyes sorrendre!

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $16 + 23 + 45 =$ | $97 - 56 - 28 =$ | $2 \cdot 7 \cdot 7 =$ | $54 : 6 : 3 =$ |
| $64 + 23 - 41 =$ | $85 - 76 + 13 =$ | $12 \cdot 5 : 6 =$ | $96 : 8 \cdot 2 =$ |
| b) $63 + (19 + 11) =$ | $87 - (24 - 14) =$ | $18 : (9 : 3) =$ | |
| $93 - (18 + 47) =$ | $72 : (2 \cdot 4) =$ | $13 \cdot (42 : 7) =$ | |
| c) $56 - 4 \cdot 7 =$ | $38 + 54 : 9 =$ | $11 + 9 : 9 =$ | $95 : 5 + 7 \cdot 7 =$ |
| $75 + 3 \cdot 8 =$ | $91 - 22 : 2 =$ | $48 - 4 \cdot 2 =$ | $14 \cdot 4 - 32 : 4 =$ |
| d) $(149 + 241) \cdot 2 =$ | $(627 - 156) \cdot 2 =$ | $4800 : (60 - 50) =$ | |
| $149 + 241 \cdot 2 =$ | $627 - 156 \cdot 2 =$ | $4800 : 60 - 50 =$ | |

4.2. Pótoljuk a hiányzó számokat számolás nélkül!

- | | |
|--|--|
| a) $(256 - 98) \cdot \square = 256 \cdot 3 - 98 \cdot 3$ | $83 \cdot 8 = 83 \cdot 5 + 83 \cdot \square$ |
| b) $3 \cdot 214 - 3 \cdot 138 = 3 \cdot (\square - 138)$ | $251 \cdot 3 - 251 = 251 \cdot \square$ |
| c) $(176 + \square) \cdot 5 = 176 \cdot 5 + 21 \cdot 5$ | $124 \cdot 7 = 124 \cdot \square - 124$ |

4.3. Melyik számra gondoltunk? Írjuk le művelettel és számoljuk ki!

- a) A 246 és a 172 összegének a kétszerese.
- b) A 628 és a 471 különbségének az ötszöröse.
- c) A 946 és a 156 négyszeresének a különbsége.
- d) A 78 hétszeresének és a 319-nek az összege.
- e) A 138 háromszorosának és a 97 ötszörösének az összege.
- f) A 249 háromszorosának és a 86 négyszeresének a különbsége.
- g) A 916 és a 659 különbségének és a 248 kétszeresének az összege.

4.4. Melyik a több? Tegyük ki a megfelelő relációjelet!

- | | |
|--|---|
| a) $(180 + 61) \cdot 2 \square 180 \cdot 4 + 61 \cdot 4$ | $79 \cdot 9 \square 80 \cdot 9 - 9$ |
| b) $5 \cdot (183 - 91) \square 5 \cdot 183 - 91$ | $156 \cdot 5 + 156 \square 165 \cdot 6$ |
| c) $900 - 6 \cdot 90 \square 8 \cdot 90 - 4 \cdot 90$ | $23 \cdot 3 \cdot 4 \square 23 \cdot (197 - 185)$ |

4.5.

- a) Édesapa három munkatársával együtt lottózik. A múlt héten volt egy háromtalálatosuk és egy kéttalálatosuk. Hány forint jutott fejenként, ha a hármas 8475 Ft-ot, a kettes pedig 1205 Ft-ot ért?
- b) 1380 Ft-ot egyenlő számú 5 és 10 forintosokkal szeretnénk kifizetni. Hány pénzerméretre van szükségünk?

- 4.6. Torkoska 1000 fityíngért vásárolt cukorkát a Manóboltban. Néhányat 4 fityíngért és kétszer annyit 2 fityíngért. Hány darab 4 fityínges cukorkát vásárolt Torkoska?
- 4.7. Egy ikertalálkozón 240-en vettek részt olyanok, akiknek egy, 150-en olyanok, akiknek kettő, és 40-en olyanok, akiknek három ikertestvére van. (Minden testvér részt vett a találkozón.) Hányan voltak összesen? Hány ikertestvér volt a találkozón?
- 4.8. Gombóc Artúr májusban minden nap megeszik 8 gombóc fagyaltot és 40 dkg csokoládét. Azokon a napokon, amikor süt a Nap, ennél 3-mal több gombóc fagyit eszik; amikor nem süt a Nap, akkor 20 dkg-mal több csokoládét fogyaszt. A hónap végén Gombóc Artúr összesámolta, hogy összesen 302 gombóc fagyaltot evett meg. Hány kilogramm csokoládét evett meg Gombóc Artúr ebben a hónapban?
- 4.9. Hány éves egy 1200 napos tündér, ha Tündérországból 1 év 5 hónapból, 1 hónap 12 napból áll?
- 4.10. 400 ezüst értéke egyenlő 50 aranyéval, 50 ezüst értéke meg 125 fityíngével. Hány arany ér 100 fityínget?
- 4.11. Bori 8 darab kekszet és 6 darab nápolyit vásárolt a testvéreinek, összesen 760 forintot fizetett. A barátainak 6 darab nápolyit és 3 darab kekszet vett, és ezekért 510 forintot fizetett. Mennyibe kerül egy darab keksz és egy darab nápolyi?
- 4.12. Egy iskolai kirakodóvásárban a következő cserék történtek. Egy tollért egy hegyezőt és egy radírt kellett adni. Két radírért viszont négy hegyezőt és egy tollat lehetett kapni. Hány hegyező ér egy radírt? Hány hegyező ér egy tollat?
- 4.13. Négy tányér meg két kancsó hét csészét ér és egy tányér meg két csésze egy kancsót. Hány tányér ér egy csészét? Hány tányér ér egy kancsót?
- 4.14. Oldjuk meg a következő nyitott mondatokat a természetes számok halmazában!
- $\square + \square + \square > 270$
 - $120 < \square + 25$
 - $120 < \square - 25$
 - $120 + \square > 25$
 - $120 - \square > 25$

4.15. Mindegyik kérdéshez nyitott mondat és rajz is tarozik. Keressük meg az összetartozókat!

Kérdések:

1. Melyik az a szám, amelyhez 2400-at adva 6000-et kapunk?
2. Melyik az a szám, amelyik 2400-zal nagyobb, mint 6000?
3. Melyik az a szám, amelyet 6000-ből elvéve 2400-at kapunk?
4. Melyik az a szám, amelyiknek a négyszerese 2400?
5. Melyik az a szám, amelyiknek a negyede 2400?
6. Melyik az a szám, amelyik 2400-nak a negyede?

Nyitott mondatok:

a) $\square - 2400 = 6000$

b) $6000 - \triangle = 2400$

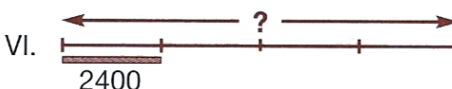
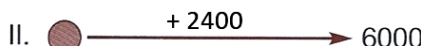
c) $x + 2400 = 6000$

d) $\square \cdot 4 = 2400$

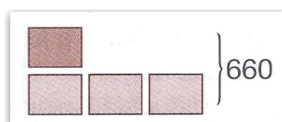
e) $a = 2400 / 4$

f) $m / 4 = 2400$

Rajzok:



4.16. Döntsük el, hogy az alábbi szövegek közül melyik illik a rajzhoz!



- a) Szerdán 660 kg narancsot szállítottak el a raktárból, másnap háromszor annyit. Hány kiló narancsot szállítottak el a raktárból ezen a két napon?
- b) Két iskolából 660 gyerek vett részt a nyári táborozáson. Az egyikből kétszer több gyerek érkezett, mint a másiktól. Hány gyerek vett részt a táborozáson az egyik iskolából, mennyi a másiktól?
- c) A hét végén háromszor annyian váltottak belépőjegyet a múzeumba, mint pénteken. Összesen 660 jegy kelt el a három nap alatt. Hányan váltottak jegyet pénteken? Hányan szombat-vasárnap?

Amelyik szöveghez nem jó a rajz, ahhoz készítsünk megfelelőt! Írjuk le mindegyik szöveget nyitott mondatl is!

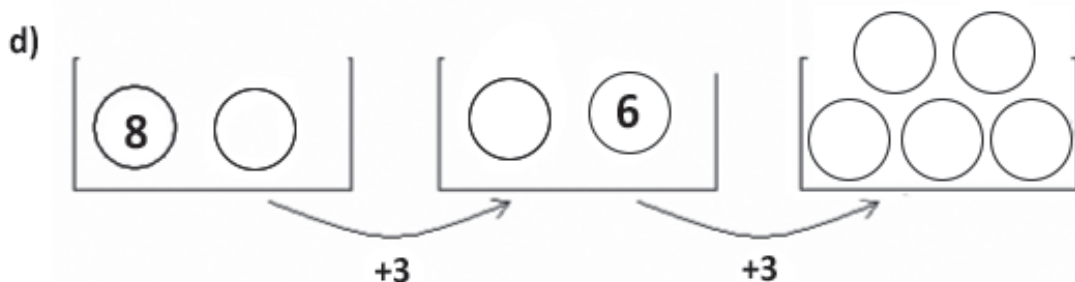
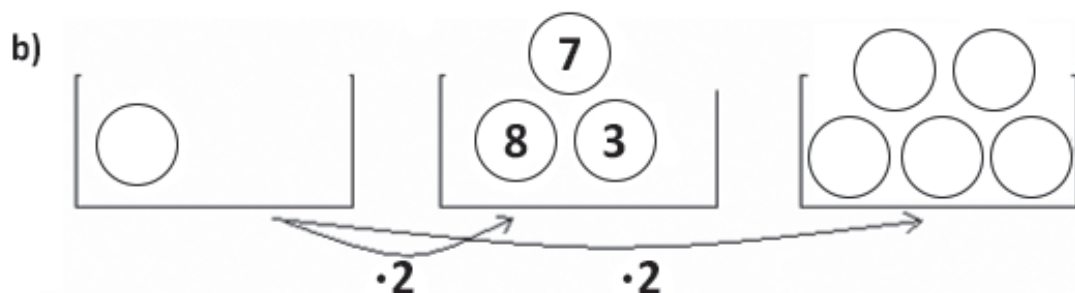
4.17. Egy hegedű tokkal együtt 56 000 Ft. A hegedű 31 000 Ft-tal drágább, mint a tok. Mennyibe kerül a hegedű tok nélkül?

- 4.18. Peti, Robi és Sára együtt 34 évesek. Peti és Sára ikrek. Robi 10 évvel idősebb náluk. Hány éves a három gyerek külön-külön?
- 4.19. A gyerekek matematika órán úgy mérik meg a tömegüket, hogy kettesével állnak fel a mérlegre. Anna és Bori együtt 73 kg, Bori és Dóri együtt 79 kg, Dóri és Anna pedig 76 kg. Hány kilogramm a három lány tömege külön-külön?
- 4.20. Kati és Feri kupakokat gyűjtenek. Nyolc kupak ér egy poharat, és 40 kupakonként adnak plusz egy poharat ajándékba.
- Ferinek 96 kupakja van. Hány poharat fog kapni?
 - Legalább hány kupakot gyűjtött Kati, ha összesen 13 poharat kapott?
 - Lehet-e valamelyiküknek 11 pohara?
- 4.21. Kilenc darab korongra krétával írtunk 1-től 9-ig számokat.



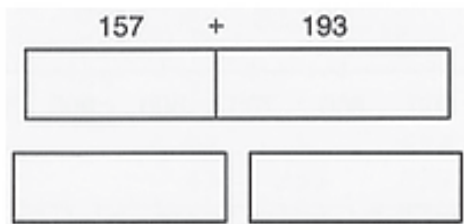
- a) Mennyi a korongokon levő számok összege?

Három dobozba rakosgattuk a fenti korongokat. A nagy munka közben azonban sok esetben elmosódtak a számok. Pótoljuk a számokat úgy, hogy a dobozokban levő számok összegére teljesüljenek az alábbi feltételek!



4.22. Balázs és Ágnes szamócát szedtek az erdőn. Balázs 157 szemet talált, Ágnes 193-at. Hazatérve egyenlően szétosztották maguk között. Mennyi jutott egy-egy gyereknek?

Balázs javaslata: öntsék össze, aztán osszák két egyenlő részre.



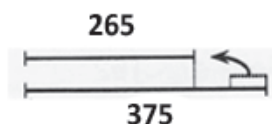
Péter javaslata: Ágnes adja oda Balázsnak, amennyivel az övé több.



Válasszuk ki, hogy melyik osztozkodás tetszik jobban! Javítsuk a hibásat!

4.23. A jobb zsebemben 265 Ft van, a balban 375 Ft. Az egyikből átteszek valamennyit a másikba, és elárulom, hogy ekkor ugyanannyi lesz a két zsebemben. Mennyi?

Számoljunk kétféleképpen!



4.24. Ádám és Ágnes golyókat rejtettek a zsebükbe. Találjuk ki, hogy kinek hány golyó van a bal zsebében, és mennyi a jobban!

Ádám: Ha a jobb zsebemből átteszek 1 golyót a balba, akkor ugyanannyi golyó lesz mindkét zsebemben. Ha a balból teszek át 2 golyót a jobba, akkor a jobb zsebemben kétszer annyi lesz, mint a balban.

Ágnes: Ha a jobb zsebemből átteszek 10 golyót a balba, akkor ugyanannyi golyó lesz a két zsebemben. Ha a balból teszek át egyet a jobb zsebembe, akkor kétszer annyi golyó lesz a jobb zsebemben, mint a balban.

4.25. Az alábbi műveletekben a jelek számokat jelölnek. Melyik jel melyik számot jelölheti?

$$\blacktriangle \cdot \blacktriangle = \blacksquare$$

$$\blacktriangle + \blacktriangle = \blacksquare$$

4.26. Négy szám összege 1200. Ha a négy számból ugyanazt a számot kivonjuk, akkor az 50, 110, 220 és 340 számokat kapjuk. Melyik számot vontuk ki?

- 4.27. Mekkora lehet a $2 \cdot \blacktriangle - 3 \cdot \blacksquare$ legnagyobb, illetve legkisebb értéke, ha $500 \leq \blacktriangle \leq 1000$ és $200 \leq \blacksquare \leq 300$?
- 4.28. Máté két különböző számot írt le egy papírlapra. Észrevette, hogy ha mindkettőhöz hozzáadja a kisebb szám harmadát, a nagyobb összeg négyszer akkora lesz, mint a kisebb összeg. Hányszorosa a leírt nagyobb szám a leírt kisebb számnak?
- 4.29. Három különböző pozitív egész szám összege 200. A legnagyobb és a legkisebb szám különbsége 150. Mennyi lehet a középső szám legkisebb értéke?
- 4.30. Próbálgatással oldjuk meg a nyitott mondatokat a természetes számok halmazában!
- | | |
|--|--|
| a) $\square + 1 = \square \cdot 2 - 2$ | d) $\square \cdot 2 = 20 - \square \cdot 2$ |
| b) $\square \cdot 2 + 20 = \square \cdot 3 - 30$ | e) $\square + 1999 = 9199 - \square \cdot 8$ |
| c) $\square \cdot 3 + 100 = \square \cdot 10 - 33$ | f) $\square : 3 = \square : 6 + 50$ |

5. fejezet

Logikai feladatok

5.1. Egy nemzetközi atlétikai verseny női távolugrás eredményéről az alábbiakat tudjuk:

- Az első hat helyen francia, lengyel, magyar, német, orosz és svéd sportoló végzett.
- A svéd versenyző eredménye volt a leggyengébb.
- A franciát csak ketten tudták megelőzni.
- Hárman ugrották túl a 7 métert.
- A lengyel versenyző nem ugrott 7 méteren felül.
- A magyar közvetlenül a lengyel mögött végzett.
- Az orosz nagyobbbat ugrott, mint a német.

Melyik versenyző hányadik helyen végzett?

5.2. Bori néninek négy macskája van: Bolyhos, Cirmi, Füsti és Kormi. A képeken koruk szerinti sorrendben láthatók. Balról az első a legidősebb, az utolsó pedig a legfiatalabb macska. A macskák koráról a következőket tudjuk:

- Nem igaz, hogy Kormi a legfiatalabb.
- Egyik cica sem idősebb Bolyhosnál.
- Cirmi idősebb, mint Füsti.
- Kormi később született, mint Cirmi.

Írjuk mindegyik macska rajza alá a nevét!



.....

.....

.....

.....

5.3. A nyári táborozáson Andrea, Bea, Cili, Dóri és Éva sátra egymás mellett egy sorban helyezkedik el. A sátrakról tudjuk, hogy:

- Bea és Éva sátra egymás mellett áll.
- Andrea és Dóri sátra nem szomszédos egymással.
- Az utolsó sátor Andreáé.
- Éva sátrát Dóri sátrának bal oldali szomszédjaként látod az ábrán.

Melyik sátor kié? Írjuk a sátrak alá a lányok nevét!



.....

.....

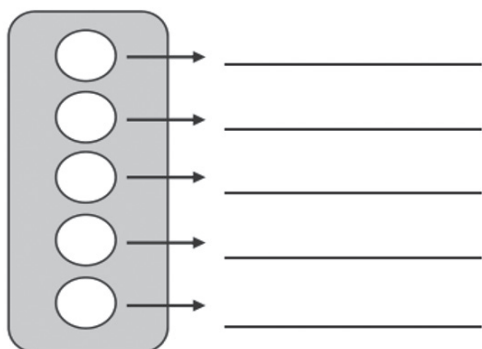
.....

.....

.....

- 5.4. Megnyomtam az automata 1-es és 2-es gombját; sonkát és zsemlet adott. Megnyomtam az 1-es, a 3-as és a 4-es gombját: narancsot, süteményt és zsemlet adott. Amikor a 4-es és 5-ös gombját nyomtam meg, akkor süteményt és fagylaltot adott. Mit adna vajon, ha a 3-as és 5-ös gombját nyomnám meg?
- 5.5. Egy automatán egymás alatt öt különböző színű gomb található: piros (P), sárga (S), zöld (Z), kék (K), fehér (F). A következőket tudjuk a gombok színéről:
- A két felső gomb közül az egyik piros, a másik sárga.
 - A két alsó gomb közül az egyik zöld, a másik kék.
 - A három középső gomb közül valamelyik fehér, valamelyik kék és valamelyik piros.

Írjuk a gombok színét a megfelelő vonalakra!



- 5.6. Nekeresd országban a király furcsa törvényeket hozott. Megváltoztatta a hét napjainak sorrendjét, és így megalkotta a királyi hetet. Az alábbi törvényben minden nap neve a királyi hét napja-ira vonatkozik.
- A hét első napja a csütörtök.
 - A csütörtök előtti nap a péntek.
 - Szerda négy nappal hétfő előtt van.
 - A kedd két nappal a szerda után következik.
 - A szombat és a szerda nem egymást követő napok.

Soroljuk fel a megfelelő sorrendben a királyi hét napjait!

- 5.7. Mazsola és Tádé számkitalálást játszanak. Tádé gondol egy négyjegyű számra, Mazsola pedig megpróbálja kitalálni. Az első tipp: 7652. Mazsola két számot eltalált, de egyik sincs jó helyi értéken. A második tipp: 8721. Mazsola ismét eltalált két számot, de egyik sincs jó helyi értéken. A harmadik tipp: 4237. Mazsola ismét eltalált két számot és mindkettő jó helyi értéken is van. A negyedik tipp: 4587. Mazsola itt egyik számot sem találta el. Melyik négyjegyű számra gondolt Tádé?
- 5.8. Tappancs, Bambu és Bundi barátok. Az egyik barna, a másik fehér, a harmadik foltos kutya. Egy-egy kutya csak a húst, csak a csirkecsontot vagy csak a kutyaropit szereti. A fehér kutya szereti a kutyaropit. Bambu nem egyszínű. A húst kedvelő kutyát Tappancsnak hívják. Melyik kutya mit szeret és milyen színű?

5.9. Négy barát, András, Gábor, Dávid és Csaba egy négyemeletes ház négy különböző emeletén lakik. Mind a négyen sportolnak, egyikük úszik, másik kosárlabdázik, harmadik kajakozik, negyedik tollaslabdázik. A kosárlabdázó, az úszó és Csaba, mindhárman András alatt laknak. Az úszónak egy emeletet kell felmenni az otthonából, ha meg akarja látogatni Dávidot, és egy emeletet le, ha a tollaslabdázót szeretné felkeresni. Ki mit sportol, és hányadik emeleten lakik?

5.10. A kosárlabda kupa bajnoka, a Rugóláb csapat. A csapat öt legeredményesebb játékosa: Balázs, Kristóf, Dávid, Tamás és Levente összeszámolták a kupán szerzett pontjaikat, és a következőket mondták. „Öten összesen 300 pontot dobtunk. Aki közülünk a legtöbbet dobta, az 100 pontot dobott, aki a legkevesebbet, az 35-öt. Leventénél csak Balázs ért el több pontot, és Dávid nem dobott többet, mint Kristóf. Tamás és Dávid közül az egyik 15 ponttal dobott többet, mint a másik. Tamás és Kristóf ugyanannyi pontot szerzett.” Ki hány pontot dobott a kosárlabda kupán?

5.11. A négy virágtündér: Fehér, Piros, Sárga és Kék négy virágban lakik. Az egyikük a fehér liliomban, másikuk a piros rózsában, harmadikuk a sárga napraforgóban, negyedikük pedig a kék harangvirágban. Tudjuk, hogy Fehér nem a piros rózsában, Piros nem a sárga napraforgóban, Sárga nem a kék harangvirágban, Kék nem a fehér liliomban és nem a piros rózsában lakik, valamint egyikük sem lakik a nevével megegyező színű virágban. Milyen virágban lakik Sárga tündér?

5.12. Momó a következőket állítja:

- A zsebemben van fehér golyó.
- A zsebemben nincs fekete golyó.
- A zsebemben fekete és fehér golyó is van.

Mi van valójában Momó zsebében, ha Momó állításai közül kettő hamis és egy igaz?

5.13. Az állatok erdei iskolájában öt jó barátuk egy-egy kedvenc csemegéje (hús, lekvár, méz, sajt, tej) van. Ezekről a következőket mondják:

- Brumi: Morci a lekvárt szereti. Én a tejet szeretem.
- Cirmi: Én a tejet szeretem. Egérke a sajtot szereti.
- Egérke: Én a tejet szeretem. Morci a mézet szereti.
- Morci: Én a lekvárt szeretem. Tappancs a húst szereti.
- Tappancs: Én a húst szeretem. Brumi a mézet szereti.

Kinek mi a kedvence, ha mindegyik jó barát állítása igaz, a másik pedig hamis?

5.14. Hány állítás igaz az ábrán látható logikai lapokra az alábbiak közül?

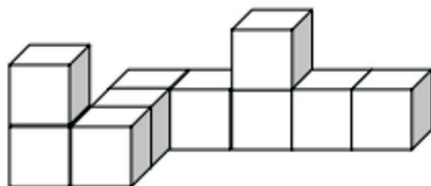


- Mindegyik kicsi lap sima.
- Van olyan lap, amelyik nem kicsi.
- Egyetlen háromszög alakú lap sem nagy.
- Van olyan nem lyukas lap, amelyik háromszög.
- Van olyan lap, amelyik nem kicsi és nem négyzet.

- 5.15. Kati mama csak olyan rétest süt, amit unokái (Emese és Virág) szeretnek, de Emese és Virág többfajta rétest szeret, mint amennyit Kati mama sütni tud. Hány állítás igaz Kati mamára az alábbiak közül?
- Ha Kati mama megsüt egyfajta rétest, akkor azt unokái szeretik.
 - Ha Emese és Virág szeretnek valamilyen rétest, akkor azt Kati mama biztos, hogy megsüti.
 - Ha Emese és Virág nem szeretnek valamilyen rétest, akkor azt Kati mama nem is süti meg.
 - Ha Kati mama nem süt meg valamilyen rétest, akkor azt Emese és Virág nem is szereti.
- 5.16. Gombóc Artúr születésnapjára 2 epres, 3 málnás, 4 mogyorós és 5 rizses csokoládét kapott Picurtól, melyek közül négyet azonnal megevett. Az alábbi állítások közül mely(ek) igaz(ak) biztosan a megmaradt csokoládékra?
- Egyik sem mogyorós csokoládé.
 - Van közöttük mogyorós csokoládé.
 - Legalább háromfajta csokoládéből maradt.
 - Mind a négyfajta csokoládéből maradt.
 - Van közöttük rizses csokoládé.
- 5.17. Öt fiú, András, Balázs, Csaba, Dani és Emil közül ketten szőkék, hárman barna hajúak. András és Balázs hajszíne ugyanolyan. Balázs és Dani haja különböző színű, illetve Dani és Emil hajának színe sem egyforma. Kiknek barna a haja? Kik a szőke hajúak?
- 5.18. Egy osztályba 15 lány jár, kettő közülük szemüveges. Összesen 9 szemüveges van az osztályban, és a fiúknak a fele szemüveges. Mennyi az osztálylétszám?
- 5.19. Egy negyedik osztályba 35 gyerek jár; 25 közülük lány, 12 gyerek meg szemüveges. Az osztályba járó fiúk közül 7 nem hord szemüveget. Hány szemüveges lány jár az osztályba?
- 5.20. Egy fordító asztalán 12 könyv hever, 7 közülük nem francia nyelvű, négy meg regény. A regények közül 3 nem francia nyelvű. A könyvek közül hány van olyan, amelyik francia nyelvű, de nem regény?
- 5.21. A 4.a osztály tanulói közül 14-en matematika versenyen, másnap pedig 18-an helyesírási versenyen vettek részt. Az osztály négy tanulója nem volt egyik versenyen sem.
- a) Legfeljebb hány tanuló lehet ebben az osztályban?
 - b) Legalább hány tanulónak kell lenni ebben az osztályban?
 - c) Hány tanuló van az osztályban, ha tudjuk, hogy pontosan 8 tanuló vett részt mindkét versenyen?

5.22. Laci és Peti logikai játékot játszottak. Aki a feltett kérdésre tudta a választ, nyert egy kockát. Ha mindketten jól válaszoltak, mindketten kaptak egy-egy kockát. A megnyert kockáikból a következő alakzatokat építették.

Laci alakzata:



Peti alakzata:

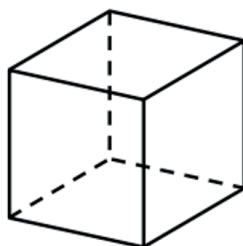


- a) Hány kérdésre adtak jó választ a fiúk?
- b) Hat kérdésre mindketten jól válaszoltak.
 - Hány kérdésre tudta csak az egyik fiú a választ?
 - Hány kérdésre tudta legalább az egyikük a választ?
 - Hány kérdésre nem tudta egyikük sem a választ, ha összesen 21 kérdés volt?

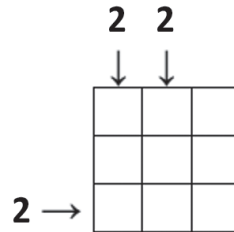
5.23. Írjunk a 4x4-es táblázat minden kis négyzetébe egy-egy számot az 1, 2, 3, 4 számok közül úgy, hogy egyik sorban és egyik oszlopban se legyen két egyforma szám! Néhány helyen két négyzet közös oldalára egy körbe egy számot írtunk. Ez azt jelenti, hogy a két négyzetbe olyan számokat kell írunk, amelyek szorzata a körbe írt szám.

	3		3
12			2
	6		

5.24. Egy kocka minden csúcsában ül egy-egy törpe. Két törpe szomszédos, ha egy él köti össze a csúcsokat, ahol ülnek. Minden törpe vagy mindig igazat mond, vagy mindig hazudik. Minden törpe azt mondta, hogy pontosan két hazudós szomszédja van. Legtöbb hány igazmondó törpe lehet, ha mindegyik törpe tudja mindegyik másiról, hogy igazmondó vagy hazug? Írjunk a kocka csúcsaihoz I betűt, ha ott igazmondó, és H betűt, ha ott hazug törpe ül akkor, amikor az igazmondó törpék száma a lehető legnagyobb!



- 5.25. Gergő három 1 szintes, három 2 szintes és három 3 szintes tornyot állított fel az ábrán látható négyzet kis négyzeteire úgy, hogy egyetlen sorban és egyetlen oszlopban sincs két azonos magasságú torony. Ezután két oszlop fölé odaírta, hogy onnan hány tornyot lehet látni abban az oszlopban. Az oszlopban a magasabb torony takarja a mögötte álló alacsonyabbat, így az nem látszik. Ugyanezt megtette egy sorral is. Írjuk be minden kis négyzetbe, hogy az ott álló torony hány szintes!



6. fejezet

Kombinatorikai feladatok

- 6.1. Az öttagú süncsalád esténként elindul eleséget keresni. Sün papa mindig elől megy, sün mama pedig zárja a sort. A három süngyerek: Süni (S), Tüsi (T) és Gömböc (G) pedig középen, egymás mögött halad. Soroljuk fel, milyen sorrendben mehetnek! Keressük meg az összes lehetőséget!
- 6.2. Egy méhecske egymás után négy különböző virágra szállt: muskátlira, tulipánra, rózsára és viorára. Tudjuk, hogy a rózsa után azonnal a muskátlira szállt. Soroljuk fel, hogy milyen sorrendben szállhatott a virágokra!
- 6.3. Máténak a következő négy számkártyája van:

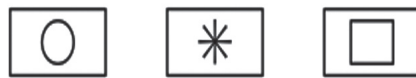


Ebből a négy számkártyából hármat egymás mellé rakva háromjegyű számokat állít elő úgy, hogy páros számjegy mellett csak páratlan, páratlan számjegy mellett csak páros állhat. Írjuk le az összes lehetséges számot, amelyet előállíthatott!

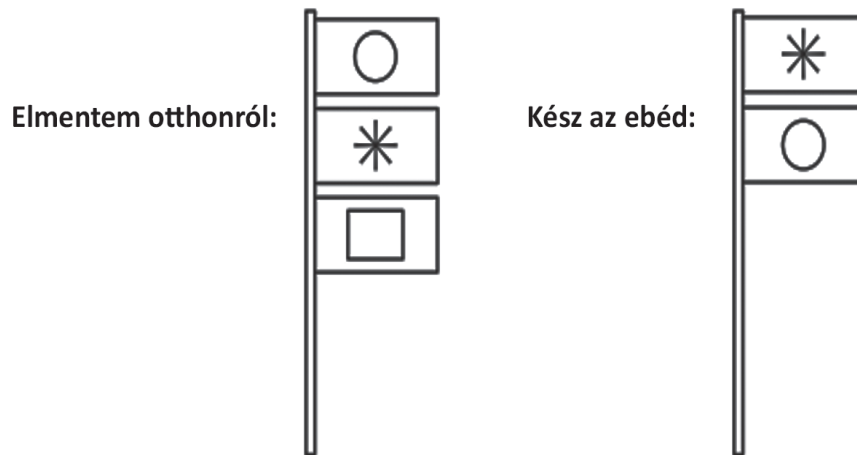
- 6.4. Hányféleképpen tud Kati, Peti, Gergő és Nóri a tornasorban egymás mellé állni úgy, hogy:
- fiú mellé csak lány és lány mellé csak fiú állhat, és
 - Kati és Peti egymás mellett álljon?
- 6.5. Gabi hat színes tányért rak egymás tetejére, két sárgát, két kéket és két zöldet úgy, hogy azonos színű tányérok nem kerülhetnek egymás tetejére. Gabi kedvenc színe a kék, ezért legfelül mindig kék tányér van. Hány napig tudja úgy rakni a tányérok, hogy minden nap más sorrendben legyenek?
- 6.6. Andris kör, háromszög és négyzet alakú kekszeket süttött, mindegyiket háromféle méretben: nagy, közepes és kicsi. Andris három különböző méretű kekszéből egy süteményt ragaszt össze úgy, hogy mindegyik kekszet nála nagyobb méretű kekszre ragasztja, így mindhárom keksz formája látszik az összeragasztás után is. Háromszögre nem ragaszt négyzetet, és két egyforma alakú kekszet sem ragaszt egymásra, így például az ábrán látható süteményt nem készíti el. Hányféle süteményt készíthet így Andris?



- 6.7. Törpicur és Törpilla zászlókkal üzennek egymásnak. Mindkettőjüknek három zászlója van, ilyenek:

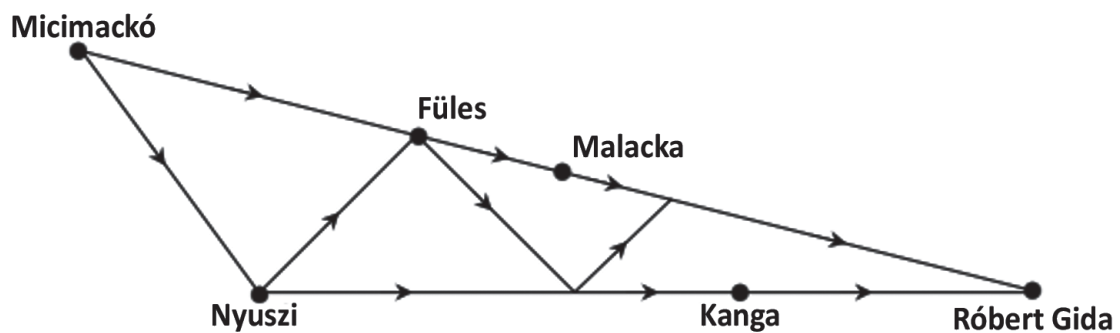


A zászlókat mindig egymás alá, a lehető legmagasabbra húzzák fel. Üzeneteik például ilyenek lehetnek:



Hányféle üzenetet küldhet Törpilla Törpicurnak, ha egy-egy üzenetben

- a) mindhárom zászlót felhasználja?
 - b) 2 vagy 3 zászlót használhat?
 - c) legfeljebb 2 zászlót használhat fel?
- 6.8. Micimackó elmegy Róbert Gidához, közben meglátogatja útba eső barátait. Csak a nyilak irányába haladhat.



Hányféle útvonalon haladhat Micimackó, ha közben

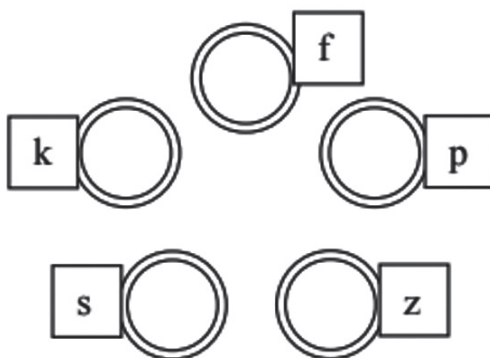
- a) csak 1 barátját akarja meglátogatni?
- b) csak 2 barátját akarja meglátogatni?
- c) csak 3 barátját akarja meglátogatni?
- d) mind a 4 barátját meg akarja látogatni?

6.9.

- Hányféleképpen mondhatjuk ki helyes sorrendben az évszakok nevét?
- Hányféle sorrendben mondhatjuk helytelen sorrendben az évszakok nevét?
- Ábrázoljuk körben az évszakokat! Hányféle jó, és hányféle rossz sorrend van?



6.10. Tornászlányok öt különböző színű karikát helyeztek az ábra szerint a talajra. A karikák színe: kék (k), fekete (f), piros (p), sárga (s), zöld (z). Hogyan lehetne másként elrendezni a színes karikákat, ha a fekete és a zöld karika helyét nem változtatjuk?



6.11. A család vendéglőben ebédelt. Mindenki az alábbi étlapról választott egy levest, egy főételt és egy desszertet.

LEVESEK:
• Húsleves (H)
• Gyümölcsleves (Gy)
FŐÉTELEK:
• Spagetti (S)
• Pizza (P)
DESSZERTEK:
• Fagylalt (F)
• Tortaszelet (T)

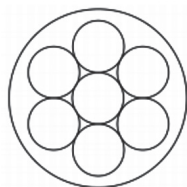
- Milyen összeállítások közül választhattak? Soroljuk fel az összes lehetőséget!
- A családban nem volt két olyan ember, aki pontosan ugyanazt a három fogást választotta. Legfeljebb hányan lehetnek a családban?

6.12. Ötfős csapatból hányféleképpen választhatunk két főt, akik képviselik a csapatot?
Hogyan változik a lehetőségek száma, ha az öt emberből három főt kell választani?

- 6.13. Van 4 szál margarétánk, 1 szál fréziánk és 2 szál jácintunk. Ezekből két csokrot szeretnénk kötni, az egyik csokor háromszálas, a másik négyszálas lesz. A virágokat a nevük kezdőbetűjével jelöljük (margaréta: M, frézia: F, jácint: J). Keressük meg az összes lehetőséget! (Nem tekintjük különbözőeknek pl. az MMF és az MFM összetételű csokrokat.)
- 6.14. Egy társasjátékban egy piros, egy kék és egy sárga szabályos dobókockával dobunk egyszerre. A játékot akkor kezdhethetjük, ha a három kockán lévő pöttyök számának összege hat. Hányféleképpen dobhatunk hatot a három kockával?
- 6.15. A tollaslabda csapatban négy lány: Anna, Blanka, Kincső és Dorka és négy fiú: Zoltán, Gábor, Máté és Péter játszik. A vegyes páros bajnokságra négy párt indít a csapat, minden párban egy fiú és egy lány van, és mind a nyolc játékos pontosan egy párban szerepel. Hányféleképpen alakhatnak a csapat tagjai négy párt a vegyes párosra, ha minden párban a fiú magasabb a lánynál? A lányok magassága: Anna 140 cm, Blanka 145 cm, Kincső 147 cm és Dorka 150 cm. A fiúk magassága: Zoltán 146 cm, Gábor 148 cm, Máté 149 cm és Péter 152 cm.
- 6.16. Hányféle két vagy háromgombócos fagyit vehetünk, ha a csokoládé, vanília, eper, citrom ízek közül választhatunk, nem veszünk két egyforma ízű gombócot, és
- a fagyit kehelybe kérjük?
 - a fagyit tölcsérbe kérjük?
- 6.17. Az ábrán látható, nyolc kis négyzetből álló téglalapból két kis négyzetet kivágunk úgy, hogy a megmaradó alakzat ne essen szét, azaz a megmaradó négyzetek oldalaikkal csatlakozzanak egymáshoz. Hányféle lehet a megmaradó alakzat? (Két alakzat különböző, ha nem tudjuk pontosan egymásra rakni őket, így egy alakzatot és a tükörképét sem különböztetjük meg.)



- 6.18. Az ábrán látható kerek tálcára hét kerek muffint rakunk, két narancsosat és öt csokisat. Hányféleképpen tehetjük a tálcára a muffinokat, ha az egyforma ízű muffinokat nem különböztetjük meg, és két elrendezést nem tekintünk különbözőnek, ha az egyik szerint elrendezett tálcat körbeforgatva a másik elrendezést kapjuk?



- 6.19. Egy jegyautomata csak 200, 100 és 50 forintos érméket fogad el. Petinek pontosan 500 Ft-ot kell bedobnia. Van 3 db 200 forintos, 5 db 100 forintos és 2 db 50 forintos. Hogyan fizethet? Keressük meg az összes lehetőséget!
- 6.20. Az üdítőitalos automatába 5, 10, 20, 50, 100 forintos érméket lehet bedobni. Pisti 140 Ft-ért ásványvizet vett, amit 6 darab érmevel fizetett ki. Melyik érméből mennyit használhatott el, ha pontosan számolta ki az összeget?

7. fejezet

Átváltások (hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő)

- 7.1. Máté megmérte néhány tárgy hosszúságát. A mért értékeket leírta, de nem írta melléjük a mértékegységeket. Egészítsük ki Máté feljegyzéseit a megadott mértékegységek közül a megfelelővel!

milliméter (mm)

centiméter (cm)

deciméter (dm)

A tolltartó hossza 235, szélessége majdnem 1, magassága 4

Az íróasztal hossza 15, magassága 80

- 7.2. A cédulák néhány zsinór hosszát mutatják.

500 m

50 dm

5 m 5 cm

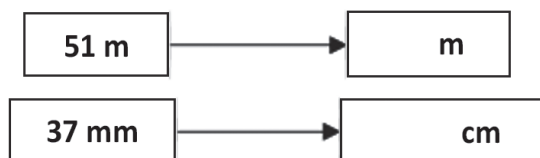
5 dm 50 cm

550 cm

- a) Vannak-e egyenlő hosszú zsinórok?
b) Válasszuk ki a legrövidebbet!
c) Melyik zsinór fél kilométer hosszú?
d) Melyik két zsinór között van fél deciméter különbség?
- 7.3. Máté, Kati és Laci nagy arasszal mérték le egy tábla szélességét. A nagy arasz a kinyújtott hüvelykujj és kisujj vége közti távolság.
Máté 14, Kati 21, Laci pedig 15 arasznak mérte ugyanannak a táblának a szélességét.
a) Kinek a legkisebb az arasza?
b) A tábla szélessége 210 cm. Hány centiméteres Kati és Laci arasza?
c) Máté araszának hossza 15 cm. A tábla magasságát 8 arasznak mérte. Hány centiméter a tábla magassága?

- 7.4.

- a) Írjuk be a hiányzó mérőszámokat úgy, hogy a nyíl az első mennyiség tízszeresére mutasson!



- b) Írjuk le az alábbi számkártyákból alkotható összes olyan párt, ahol a nyíl az első mennyiség tízszeresére mutat! (Egy számkártyát többször is felhasználhatunk.)

9 cm

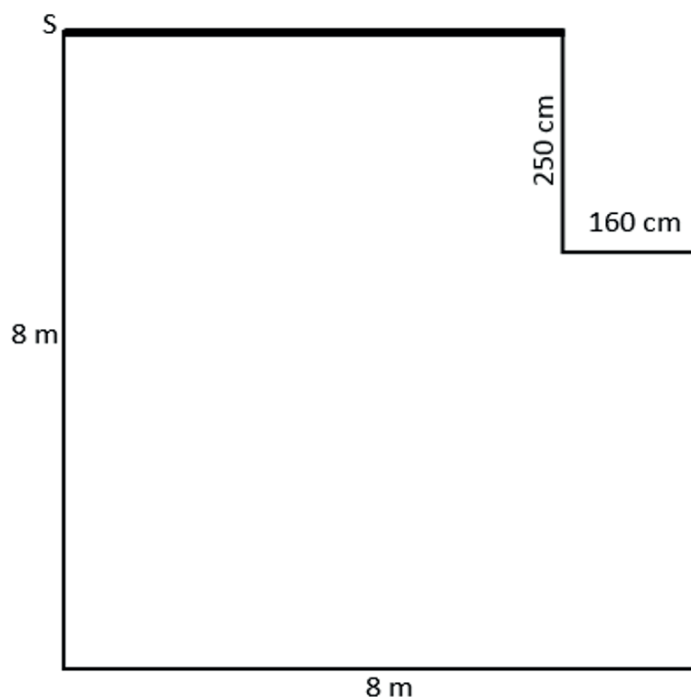
9 m

9 dm

900 m

90 cm

- 7.5. A rajzon látható területet felezni szeretnénk. Az S ponttól mérve mekkora távolságra húzzuk meg a vastag vonalra merőleges vonalat?



- 7.6. Pisti, Kati és Zoli eldöntötték, hogy naponta másfél liter folyadékot fognak fogyasztani fejenként. A következő folyadékokat fogyasztják:

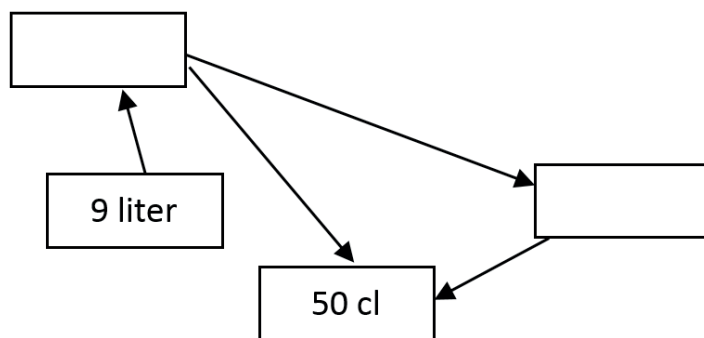
egy bögre kakaó	3 dl
egy pohár víz	1 és fél dl
egy kulacs szörp	fél liter
egy doboz rostos gyümölcsle	2 dl
egy csésze tea	másfél dl

Az első nap estéjén összeírták, hogy ki mit ivott aznap.

	Pisti ezeket sorolta fel:	Kati ezt írta fel:
Reggel:	egy bögre kakaó	egy doboz rostos gyümölcsle
Délelőtt:	fél kulacs szörp	az 5. óra végéig mind a négy szünetben egy-egy csésze tea
Délben:	egy pohár víz	két pohár víz
Délután:	a kulacs szörp másik fele	semmi
Este:	egy csésze tea	egy bögre kakaó

- a) Mennyi folyadékot fogyasztottak a gyerekek az első napon?
b) Legalább mennyivel kell többet inniuk, hogy elérjék a minimum másfél litert?
c) Zoli mindig a 2 dl-es poharából iszik. Legkevesebb hányszor kell töltenie a poharába egy nap, ha el akarja fogyasztani a kívánt mennyiséget?
- 7.7. A kádba vizet engedünk. Egy perc alatt 6 liter víz folyik a csapon át. Negyedóraig folyt a víz. Van-e 1 hl-nyi víz a kádban?

7.8. A nyíl jelentése: ennél —————> ez.
kisebb űrtartalmú



- Rajzoljuk meg a hiányzó nyilakat!
- Írjuk a keretekbe az űrtartalmakat:
9 dl, 95 cl!
- Írjuk le növekvő sorrendben az űrtartalmakat!

7.9. Egy üzemben kétféle ásványvizet palackoznak. A szénsavasból másfél litert töltenek egy palackba, és 6 palackot csomagolnak egy kartonba. A szénsavmentesből két és fél litert töltenek egy palackba, ezeket négyesével csomagolják kartonba.

- Hány liter víz van egy kartonban a szénsavasból, illetve a szénsavmentesből?
- Egy teherautóra 20 karton szénsavas és 15 karton szénsavmentes ásványvizet raknak. Hány liter víz van a teherautón?
- Ahány egész hektoliter vizet rendel egy üzlet ugyanabból a fajta vízből, annyi karton ajándék üdítőitalt kap jutalomként mellé. Összesen hány karton ajándék üdítőital jár annak az üzletnek, amelyik a fenti szállítmányt rendelte?

7.10. Mária néni 4 liter málnaszörpöt készített, majd 3 dl-es és fél literes üvegekbe töltötte.

- Hogyan választhat ki üvegeket a málnaszörp tárolásához, ha minden üveget teletölt, és így mind a 4 liter szörp bekerül az üvegekbe?
- Mindkét fajta üvegből 10–10 darab van otthon. Mennyi szörp lenne összesen, ha Mária néni minden üveget meg tudna tölteni?
- Mária néni 3 dl szörpöt a piacon 300 Ft-ért árul. Az üvegért nem számol fel díjat. Mennyi pénzt kap, ha elad egy liter szörpöt?

7.11. A málnaszörpöt fél literes üvegben árulják, melynek ára 480 Ft. A felhasználási javaslat szerint 1 dl szörphöz 7 dl vizet kell tenni. Mennyibe kerül 3 dl hígított szörp?

7.12. Négy egyforma hordó mindegyikében van valamennyi víz. Az első hordót félig, a másodikat a negyedéig, a harmadikat a nyolcadáig töltötték meg. A negyedik hordóban 15 dl víz van. Ha a négy hordóban lévő vizet összeöntենék, akkor éppen megtelne egy hordó.

- Hányad részét töltötték meg vízzel a negyedik hordónak?
- Hány liter víz fér egy-egy hordóba?
- Mennyi víz van a hordókban külön-külön?

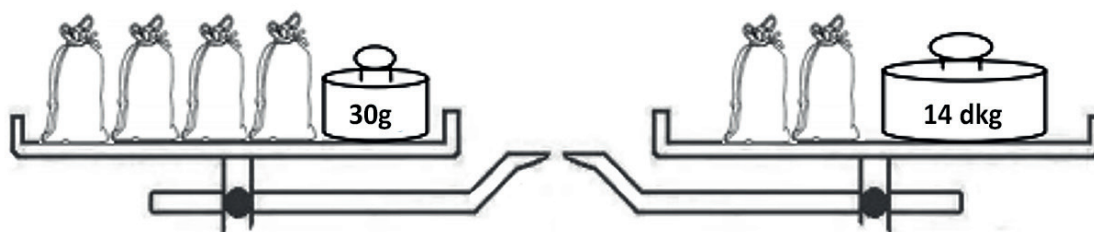
7.13. Melyik szatyorban van több, mint 5 kiló áru?

- a) Fél kiló kenyér, 2 kg liszt, 30 dkg felvágott, másfél liter víz, 25 dkg vaj.
- b) 3 és fél kg alma, 60 dkg banán, 40 dkg eper, másfél kg meggy.
- c) 1 kiló 35 dkg-os káposzta, 3 negyed kg hagyma, 120 dkg paprika, fél kiló paradicsom.
- d) 3 kiló 45 dkg-os görögdinnye, másfél kiló szőlő.

7.14. Hány kilogramm egy 2 negyed tonnás kő tömege?

7.15. Egy bonbon tömege díszdobozzal együtt negyed kilogramm. A dobozban 18 szem bonbon volt. Gyuszi és Niki megették az összes bonbont. Niki 7 dekagrammot evett, feleannyit, mint Gyuszi. Hány gramm a doboz tömege?

7.16. A csemegeüzletben a piros paprikát egyforma kis vászonzacskókba csomagolják. A mérleg az ábrán látható módon egyensúlyban van.



- a) Hány gramm piros paprika van egy zacskóban?
- b) Mekkora tömeg van egy-egy serpenyőben?

7.17. Három kosárban összesen 70 kg alma volt. Az első kosár fele elfogyott, így már csak 8 kg alma van benne.

- a) Hány kilogramm alma van még a három kosárban összesen?
- b) A második kosárban kétszer annyi alma van, mint a harmadikban. Melyik kosárban mennyi alma van?
- c) Mennyit kell áttenni a második kosárból a harmadikba, hogy ugyanannyi alma legyen mindkettőben?

7.18. Tündérvárosba négy településről indul reggelente busz.

TELEPÜLÉS	INDULÁSI IDŐ	MENETIDŐ	ÉRKEZÉSI IDŐ
Nekeresd	7 óra 6 perc	110 perc	8 óra 56 perc
Kukutyin	6 óra 21 perc	122 perc	... óra ... perc
Törpefalva	7 óra 15 perc	 perc	9 óra 11 perc
Táltosföld	... óra ... perc	118 perc	10 óra 46 perc

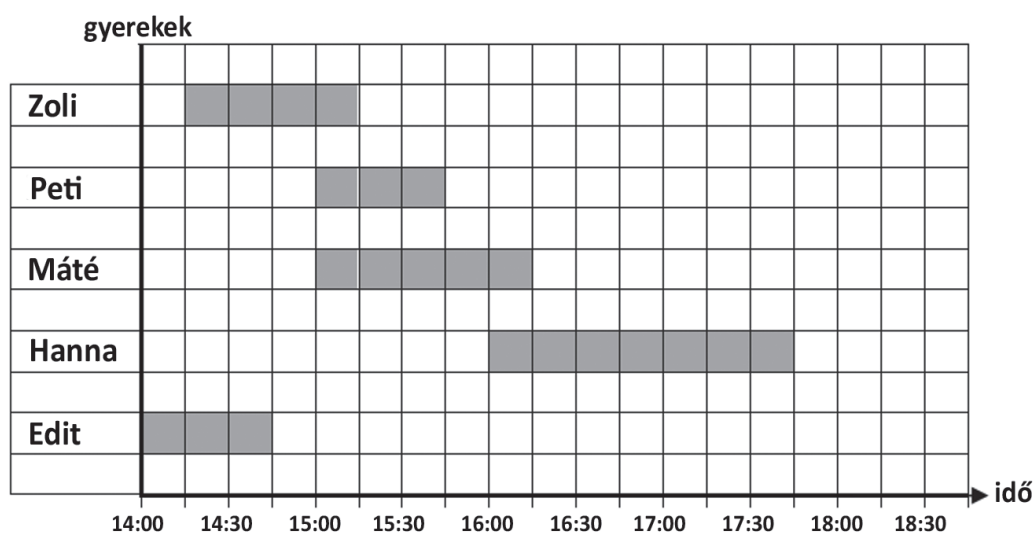
- a) Írjuk be a táblázatba a hiányzó adatokat!
- b) Hány perccel indul korábban Kukutyinból a busz, mint Törpefalváról?

7.19. A kerületi távolugró verseny 9 órától fél 1-ig tartott. Máté a verseny kezdete után 82 perccel került sorra. Barnus ugrásáig a kezdéstől háromnegyed óra telt el. Lackó a verseny vége előtt 120 perccel ugrott. Dani a vége előtt másfél órával került sorra.

- Ki ugrott először?
- Hány órakor került sor a gyerekek ugrására?
- Endre ugrására negyed 12-kor került sor. A verseny kezdetétől mennyi időt kellett várakoznia?

7.20. Julcsi nem tud elaludni, mert korán kellett ágyba bújnia, ezért a digitális ébresztőórát nézegeti, ami 20:07-et mutat. Azon gondolkodik, hogy mennyit kell várnia arra, hogy legközelebb az órán ugyanezek a számjegyek jelenjenek meg valamilyen sorrendben. (Az órán éjfélkor 00:00 jelenik meg, hajnali egykor 01:00.) Hány órát kell Julcsinak várnia?

7.21. Edit, Hanna, Máté, Peti és Zoli ugyanabba az uszodába járnak edzésre. Az ábra a hétfői edzésük idejét és időtartamát mutatja.



- Kik kezdik ugyanabban az időpontban az edzést?
- Kiknek tart ugyanannyi ideig az edzés?
- Kinek az edzése tart a leghosszabb ideig?
- Kinek van edzése hétfőn fél háromkor?
- Hány percre tart Edit edzése?

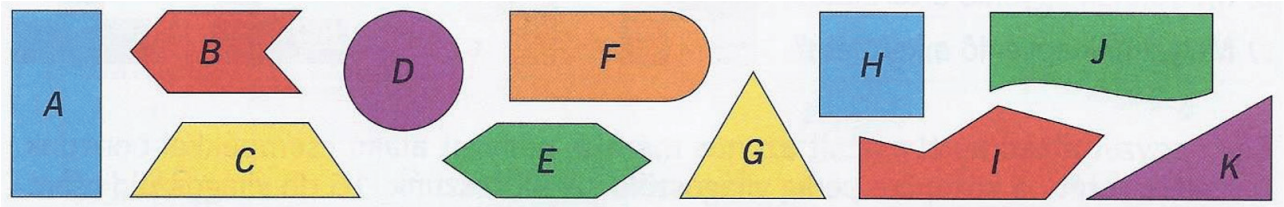
7.22. Egyik alkalommal Peti, Dani és Balázs abban versenyeztek, hogy ki tud hosszabb időn át függeszkedni a bordásfalon. Az időt egymás után mérték. Hárman összesen 3 perc híján negyed órát függeszkedtek. Peti 16 másodperccel tovább bírta, mint Dani. Balázs kétszer annyi ideig bírta, mint Dani.

- Hány percre át függeszkedtek összesen a fiúk?
- Hány másodpercig függeszkedtek összesen a fiúk?
- Hány másodpercre át függeszkedtek külön-külön?

- 7.23. Egy urnába beletettek egy golyót reggel 8 órakor. Pontosan 1 perc múlva beletesznek még egyet. Ismét és ismét egy perc elteltével mindig annyit, amennyi akkor benne van. Pontosan 9 órakor telik meg az urna.
- a) Mikor lesz kétszer annyi golyó az urnában, mint a 10. percben?
 - b) Mikor volt feleannyi, mint a 12. percben?
 - c) Mikor volt félig az urna?
- 7.24. Hány óra van most, ha az előző dél óta kétszer annyi idő telt el, mint amennyi a következő délig hátra van?
- 7.25. Egy pénteki napon Bence és Marci a születésnapjukról beszélgettek. Bence ezt mondta Marci-nak: „Pontosan 360 óra múlva kezdjük ünnepelni a születésnapomat”. Marci így válaszolt: „Ez csak 144 órával kezdődik később, mint az enyém”.
- a) Hány óra múlva kezdődik Marci ünneplése? Hány órával több ez, mint 1 hét?
 - b) Hány nap múlva kezdik megünnepelni Bence születésnapját?
 - c) Milyen napon kezdik megünnepelni Bence születésnapját?

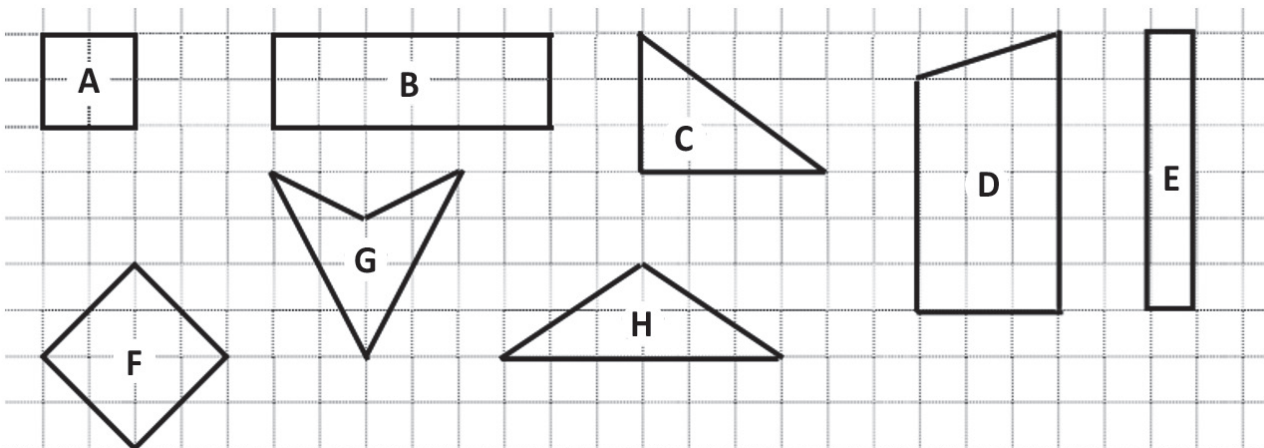
8. fejezet Geometria

8.1. Tegyük igazzá a nyitott mondatokat a síkidomok betűjelének beírásával!



- A(z) síkidomok nem sokszögek.
A(z) síkidomok sokszögek.
A(z) síkidomokat görbe és egyenes vonalak határolják.
A(z) sokszögeknek van derékszöge.
A(z) sokszögeknek van párhuzamos oldalpárja.
A(z) sokszögek téglalapok.
A(z) sokszögeknek minden oldala egyenlő hosszú.

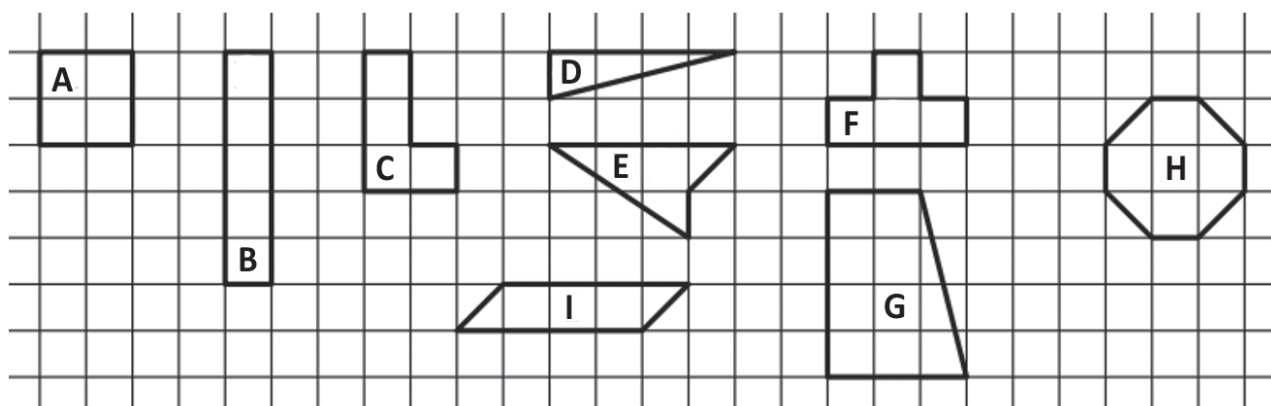
8.2. Figyeljük meg az alakzatokat!



Válaszoljunk az alábbi kérdésekre!

- Melyek a téglalapok?
- Melyek a nem tükrös alakzatok?

8.3. Válogassuk szét az alábbi síkidomokat a megadott tulajdonságok szerint, és írjuk be a síkidomok betűjelét a táblázat megfelelő mezőjébe!

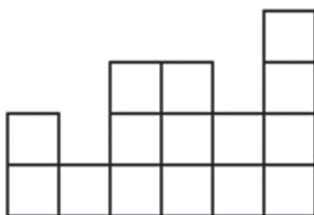


	Van derékszöge	Nincs derékszöge
Négyszög		
Nem négyszög		

8.4. Hány igaz állítás van a következők között?

- Van olyan téglalap, melynek minden oldala egyenlő hosszú.
- Van olyan rombusz, melynek minden oldala egyenlő hosszú.
- A téglalap átlói felezik egymást.
- Minden deltoidnak két tükrötengelye van.
- Nincs olyan négyszög, ami nem téglalap.
- Minden négyzet deltoid.
- Van olyan négyzet, amely téglalap.
- Van olyan rombusz, amely négyzet.

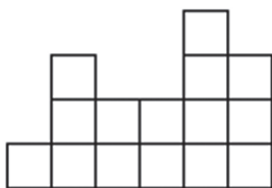
8.5. A betűkkel jelölt alakzatok közül melyek egészíthetők ki az alábbi síkidomot téglalappá? (A ki egészítés során az alakzatok nem fedhetik egymást.)



Az alakzatok alatti négyzetekbe írjunk I betűt, ha igen, és N betűt, ha nem!



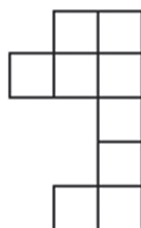
a) ☐



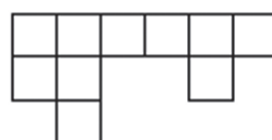
b) ☐



c) ☐

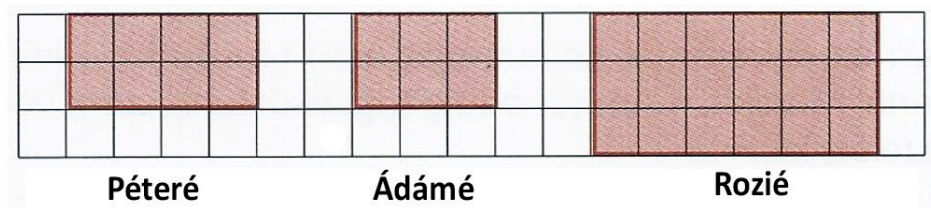


d) ☐

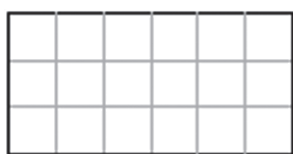


e) ☐

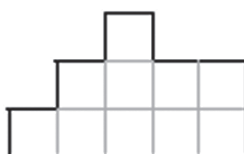
- 8.6. Egy négyzet egy belső pontja a négyzet egyik oldalától 3 cm, a másiktól 5 cm, a harmadiktól 7 cm, a negyediktől pedig 9 cm távolságra van. Hány centiméter a négyzet oldala?
- 8.7. Egy téglalap kerülete 24 cm, az egyik oldala 4 cm. Mekkora a másik oldal?
- 8.8. Egy paralelogramma kerülete 28 cm, egyik oldala 8 cm. Mekkora a másik oldala?
- 8.9.
- Egy téglalap kerülete 24 cm. A hosszabb oldala kétszer akkora, mint a rövidebb. Mekkora a téglalap oldalai?
 - A téglalapról kicsinyített rajzot készítettek a gyerekek. Melyik kicsinyítés megfelelő és melyik nem?



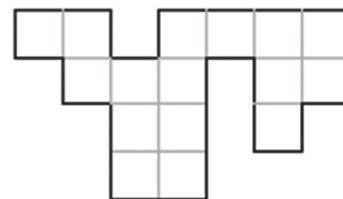
- 8.10. Egy parkban óriási sakktáblát festettek a földre. Mekkora egy mező kerülete, ha a sakktábla kerülete 4 m?
- 8.11. Ádám és Béla gyufaszálakkal játszott. Az asztalon 60 gyufaszál hevert. Ádám kirakott egy olyan háromszöget, melynek minden oldala 6 gyufaszálból állt. Béla a maradék gyufaszálakból egy olyan téglalapot rakott ki, melynek egyik oldala 8 gyufaszálból állt. Hány gyufaszálnyi volt a téglalap másik oldala?
- 8.12. Micimackó, Füles és Nyuszi padlólapokkal akarja burkolni saját kuckójának a padlóját.



Micimackó



Füles



Nyuszi

Az erdei csempeboltban ilyen padlólapot lehet kapni:

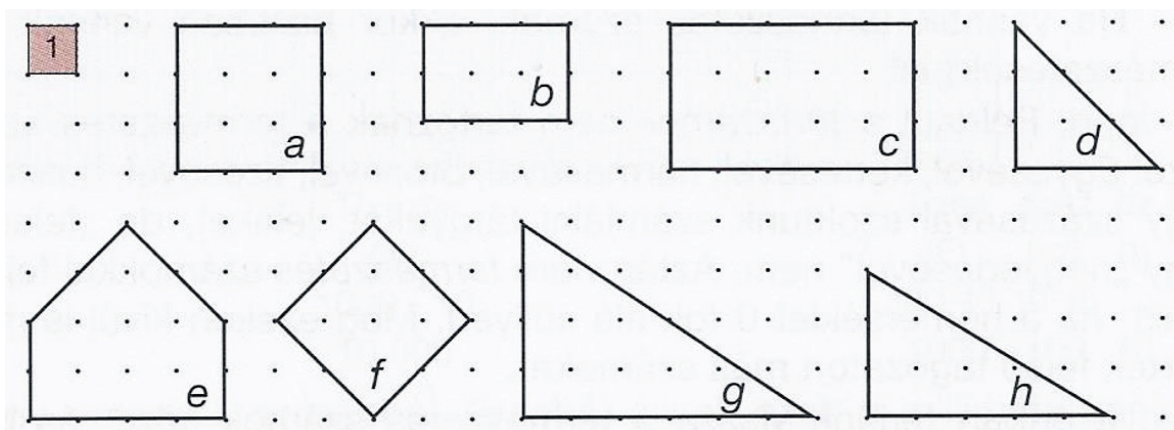
Padlólapot nem tudnak elvágni.

- Sikerül-e Micimackónak, Fülesnek és Nyuszinak ilyen lapokkal beborítani a saját kuckóját?
- Kinek kell a legtöbb padlólapot vásárolni?

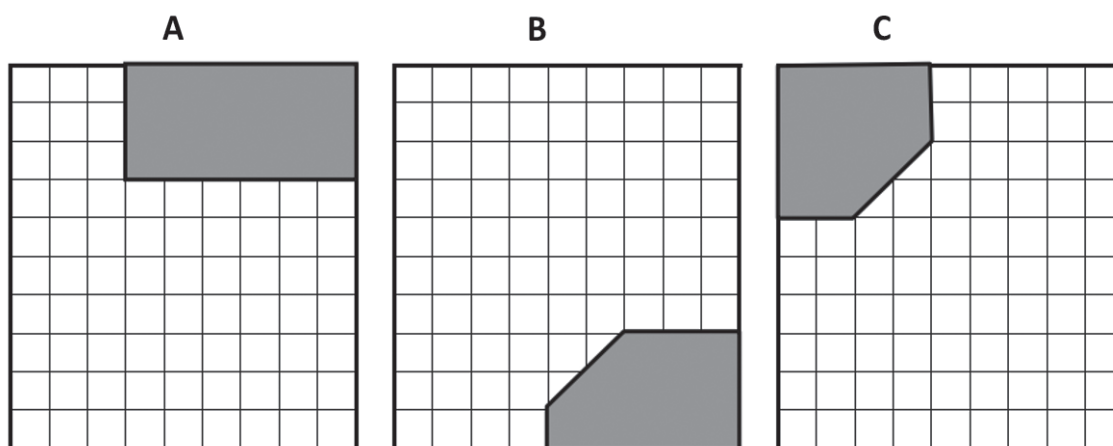
- 8.13. A konyhát négyzet alakú burkolólapokkal rakják ki. A lapok oldalai 15 cm hosszúak. A konyha hosszabbik oldala 3 m 15 cm, a rövidebb pedig 180 cm. Hány burkolólapra van szükség?

8.14. Hány egység a területe az alábbi alakzatoknak?

A területmérés egysége az ábrán látható kis sötét négyzet.



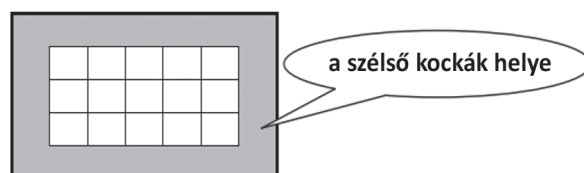
8.15. Az ábrákon a körbekerített világos rész egy szoba alaprajzát, a szürke a szobához tartozó erkélyt mutatja.



A területmérés egysége: ☐

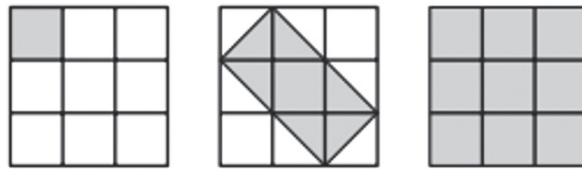
- Hány egységből áll az A ábrán lévő szoba alaprajza?
- Melyik a legnagyobb alapterületű szoba?
- Hány egységnyi a különbség a B és C szobához tartozó erkélyek alapterülete között?

8.16. Peti és Kati közösen kaptak egy nagy tábla csokoládét. Először Peti evett belőle, és megette az összes szélső kockát. Katinak így 15 kocka maradt. Ezt mutatja az ábra.



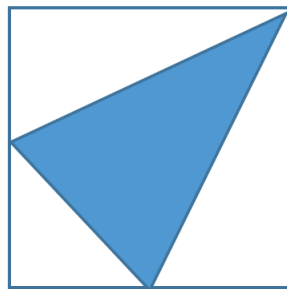
- Hány kockából állt a nagy tábla csokoládé?
- Ki evett több csokoládét, Peti vagy Kati? Hány kockával?
- Laci és Fanni egy olyan csokit ettek meg, amely 6 sorban 4-4 kockából állt. Először Laci megette a szélső kockákat, utána Fanni a többit. Ki evett több csokoládét, Laci vagy Fanni? Hány kockával?

8.17. Rajzoljunk 3×3 -as négyzetekbe olyan egymástól különböző méretű téglalapokat, melyeknek minden csúcsa rácsponton van! (Három esetet segítségként megadtunk.)



- Keressük meg az összes megoldást!
- Melyik az a téglalap, amelynek a középső ábrán kiszínezett téglalappal azonos a területe?
- Vannak-e még azonos területű téglalapok?

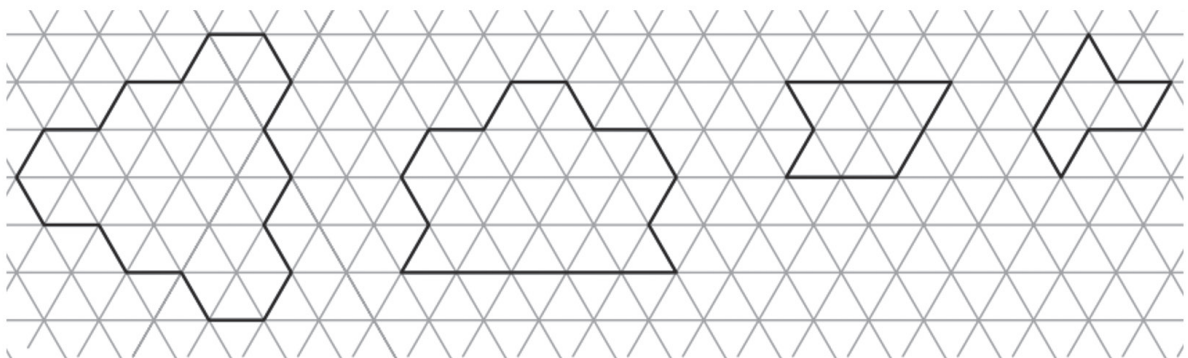
8.18. A négyzet területe 1. A négyzet egyik csúcsa és a szemközti csúcsból induló oldalak felezőpontjai által meghatározott háromszöget kékre színeztük. Mekkora a színezett rész területe?



8.19. Az alábbi síkidom területe 2 egység.



Írjuk az ábrák alá, hogy így mérve hány egységnyi a területük!



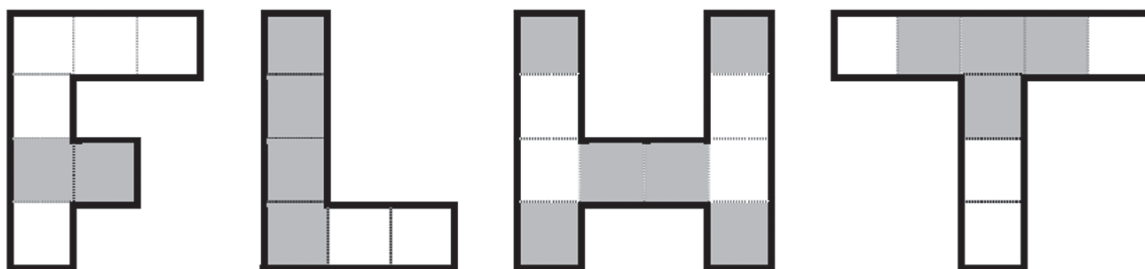
a)

b)

c)

d)

8.20. Az alábbi F, L, H és T alakú síkidomok területének egy részét befestettük szürkére. A síkidomok területét különböző egységekkel mérjük. A táblázatba beírtunk néhány értéket. Töltsük ki a táblázat üres helyeit a megadott értékek segítségével!



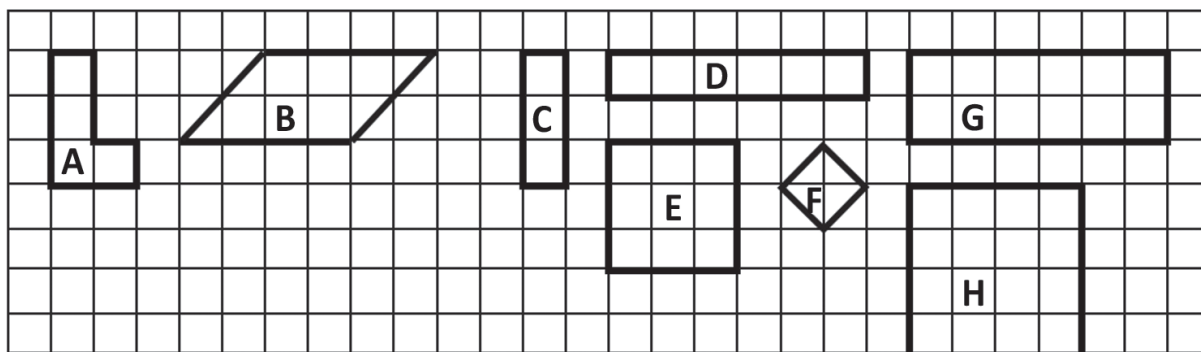
	F	L	H	T
Az egész síkidom területe	210	600		
A szürke rész területe	60			196
A fehér rész területe	150		24	
Egy kis négyzet területe	30			

8.21. Egy téglalap oldalai: 4 cm és 6 cm.

- Mekkora egységgel mérhettük meg a területét, ha 24 egységnek találtuk?
- Mekkora egységgel mérhettük meg a területét, ha 6 egységnek találtuk?
- Mekkora egységgel mérhettük meg a területét, ha 12 egységnek találtuk?
- Mekkora egységgel mérhettük meg a területét, ha 96 egységnek találtuk?

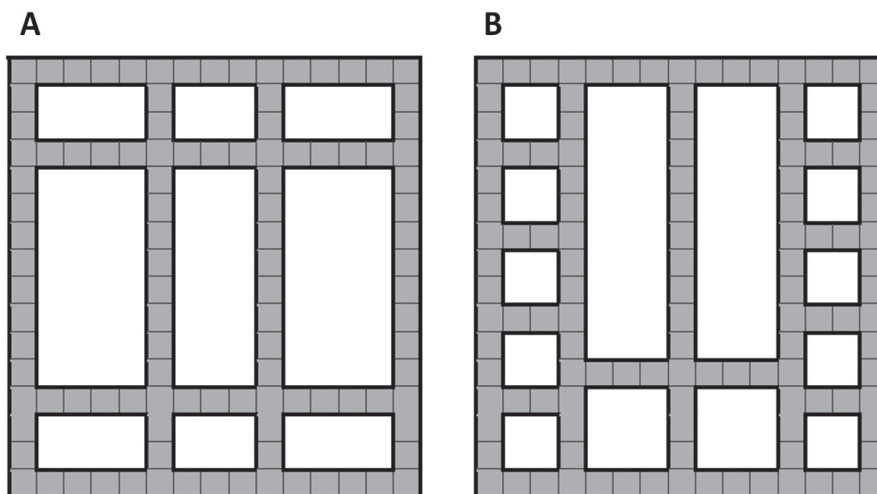
8.22. Hókuszpók bosszantani akarta Kertitörpöt, ezért megnagyította a törp négyzet alakú kertjének oldalait úgy, hogy annak a nagyítás végére 64-szeresére nőtt a területe. Hányszorosára nagyította Hókuszpók a kert oldalait?

8.23. Figyeljük meg az ábrán látható alakzatokat! Írjuk le az állításoknak megfelelő alakzatok betűjelét! Mindenütt soroljuk fel az összes lehetőséget!



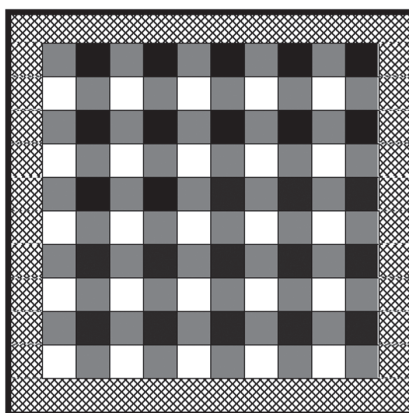
- Nem téglalap.
- Négyzet.
- Területe kétszer akkora, mint a C alakzat területe.
- Kerülete kétszer akkora, mint a C alakzat kerülete.

8.24. Egy uszodában kétféle ablak van. Az A és a B ablakon is fehérrel jelölték az üvegtáblákat.



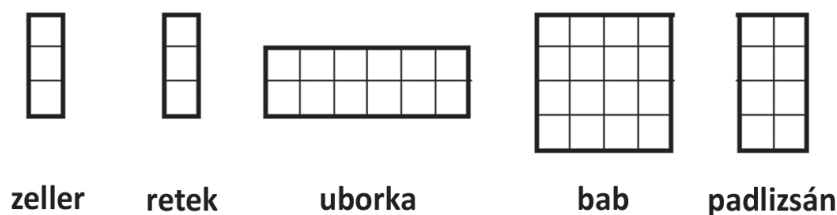
- Hányféle méretű üvegtáblát használtak fel az A jelű ablak elkészítéséhez?
- Hány darab négyzet alakú üvegtáblát látunk a B jelű ablakon?
- Keressük meg a két legnagyobb területű üvegtáblát! Hány centiméter hosszúak az oldalai egy ilyen üvegtáblának, ha egy kis négyzet oldala a valóságban 10 cm?

8.25. Timi a képen látható terítő belsejét 1 dm oldalhosszúságú fehér, szürke és fekete négyzetlapokból készítette. Ehhez szegélyként egy 1 dm széles díszítőcsíkot varrt, amelynek külső szélét hímzőfonallal körbevarrta.

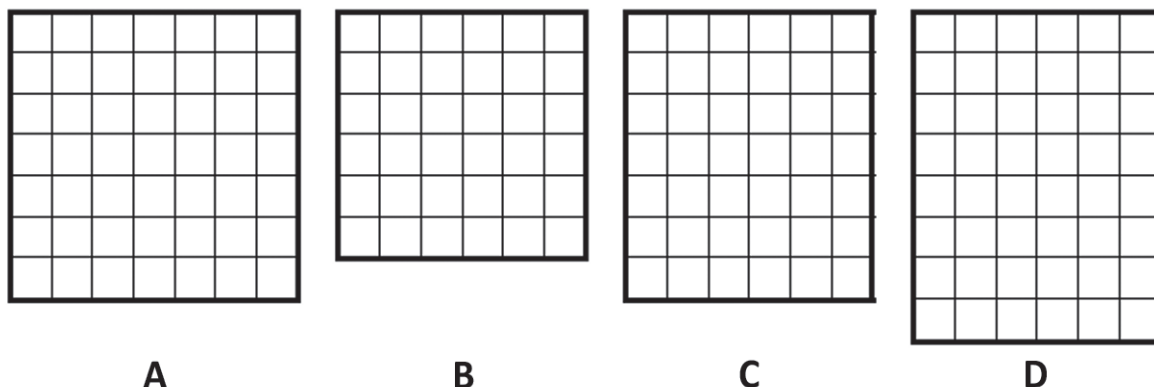


- Hány cm hosszú a terítő egy oldala?
- Hány deciméternyi hosszúságot kellett körbevarrnia hímzőfonallal?
- Hányszor annyi szürke négyzetlapot használt fel a terítőhöz, mint feketét?
- Hány négyzetlapra lett volna szüksége Timinek a díszítőcsíkhhoz, ha azt is négyzetlapokból rakta volna ki?

8.26. Kati néni veteményeskertje téglalap alakú, és teleültette zöldségekkel. A különböző zöldségekkel a következő méretű és alakú területeket ültette be.



a) Melyik Kati néni veteményeskertjének kicsinyített képe?



b) Mekkora a veteményeskert oldalainak hossza a valóságban, ha az ábrán egy kis négyzet oldala 5 dm-nek felel meg?

c) Hányszorosa az uborkával bevetett terület a zellerágyás területének?

d) Kati néni kis fakerítéssel keríti körül az uborkával beültetett területet. Hány méter hosszú a kerítés, ha egy kis négyzet oldala 5 dm-nek felel meg?

8.27. Péter olyan téglalap alakú kertet tervez, amelynek oldalhosszúságai egész számok. A kert egyik oldala 3 négyzetoldal, a kerítése pedig összesen 16 négyzetoldal hosszú.

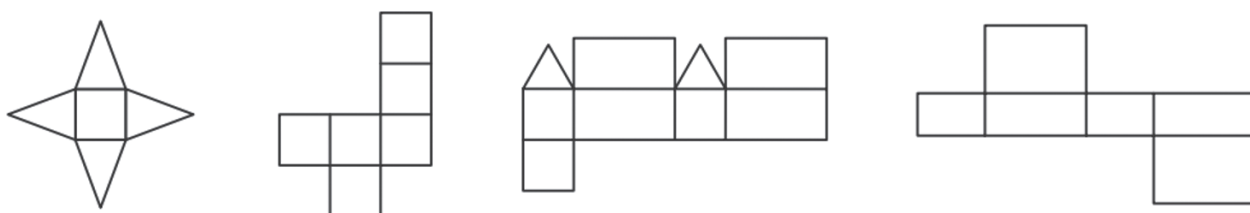
a) Hány négyzetegység a területe ennek a kertnek?

Pál is olyan téglalap alakú kertet tervezett, amelynek oldalhosszúságai egész számok, a kerítése 16 négyzetoldal hosszú, és nem ugyanolyan, mint Péteré.

b) Hány négyzetoldal lehet Pál kertjében az oldalak hosszúsága?

c) Milyen alakúra választhatta Pál a kertjét, ha az nagyobb területű lett, mint Péteré?

8.28. Készíthető-e zárt dobozka az alábbi hálók összehajtogatásával, ha azokat csak a megrajzolt élek mentén hajthatjuk meg?



8.29 Ha az alábbi testhálót kivágnánk és összehajtogatnánk, melyik dobozkát kaphatnánk meg, és melyiket nem?



A dobozkák ábrája alatti négyzetekbe írjunk I betűt, ha igen, és N betűt, ha nem!



a)



b)



c)



d)



e)

8.30. Marci rudakból és golyókból álló építőjátékból épített. Munka után az alkotásait nézegette előlről, felülről, oldalról. Például:



előlről



felülről:



oldalról:



Rajzoljuk le az alábbi építményeket mindhárom nézetből!



előlről:

a)

felülről

b)

oldalról:

c)



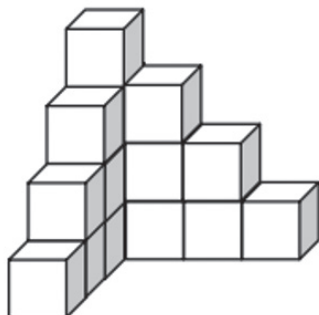
d)

e)

f)

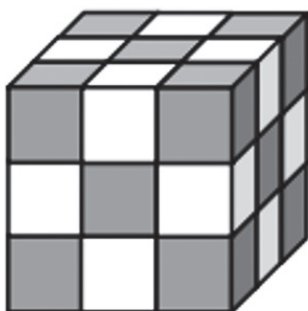
8.31. Egyforma kockákat egymásra rakva Peti a következő építményt készítette.

- Hány szintes az építmény?
- Hány kocka van az építmény legalsó szintjén?
- Hány kockát használt fel az építéshez Peti?
- Az építményt a lehető legkevesebb kiskockával egy nagy kockává egészítette ki. Hány kiskockára volt még szüksége?

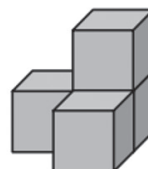
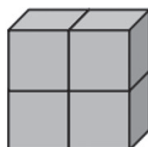


8.32. Fehér, 1 cm élű kiskockákból 3 cm élű tömör kockát építettünk, majd a mellékelt rajz szerint négyzet alakú szürke matricákat ragasztottunk a nagy kocka mind a hat lapjára.

- Hány kiskockát használtunk fel az építéshez?
- Hány szürke matricát ragasztottunk fel a megépített kockára?
- Hány kiskockára került három matrica?
- A felhasznált kiskockák közül hánynak nincs matricával leragasztott lapja?

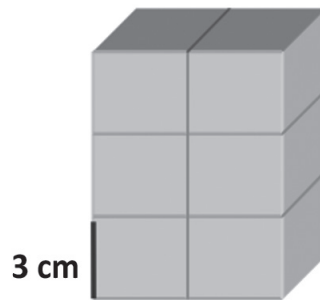


8.33. Peti 4–4 kockát összeragasztva az alábbi 3 testet készítette el. Összeragasztás után a kapott testek minden lapját befestette zöldre.



- Számítsuk ki, hogy melyik testnél hány négyzetlapot festett be!
- Ha az összeragasztás előtt mind a 12 kiskockát befestette volna zöldre, összesen hány négyzetlappal festett volna többet?

8.34. Egy olyan kockafalat látunk az ábrán, amelynek minden szintjén 2–2 egyforma kocka van. Az építőkockák élei 3 cm hosszúak. A kockafal egyrétegű, egymás mögött nincsenek kockák.



- a) Peti ugyanekkora építőkockákból épített olyan egyrétegű falat, amelynek minden szintjén 4–4 kocka van. A fal magassága 54 cm. Hány szintet rakott egymásra? Hány kockából áll a fal?
- b) Peti másnap 136 ugyanilyen kockából épített olyan egyrétegű falat, amelynek minden szintjén 8 kocka van. Hány szint alkotja ezt a falat? Mennyivel alacsonyabb ez a fal, mint az előző napon épített fal?

8.35. Hány darab kockacukor van az 1 kg-os dobozban, ha egy darab tömege 4 g? Mekkora a doboz felszíne, ha egy kockacukor éle 1 cm, és a doboznak nincs 10 cm-nél hosszabb éle?

Megoldások

1. fejezet

M. 1.1.

a) 6 százaz, 3 tízes, 8 egyes = $600 + 30 + 8 = 638$

3 százaz, 8 tízes, 6 egyes = $300 + 80 + 6 = 386$

A 3, 6, 8 számjegyekből alkotható háromjegyű számok: 368, 386, 638, 683, 836, 863. A 863 esetében például: a 8 valódi értéke 800, a 6 valódi értéke 60, a 3 valódi értéke 3.

b) 4 tízes, 23 egyes, 8 százaz = $40 + 23 + 800 = 863$

23 tízes, 4 százaz, 8 egyes = $230 + 400 + 8 = 638$

23 százaz, 8 tízes, 4 egyes = $2300 + 80 + 4 = 2384$

c) 52 egyes = 52

52 tízes = 520

52 tízes, 52 egyes = $520 + 52 = 572$

3 százaz, 26 tízes, 12 egyes = $300 + 260 + 12 = 572$

Más megoldás:

Írjuk a számokat helyiérték-táblázatba!

	Ezres	Százaz	Tízes	Egyes	Számjegyes alak
a)		6	3	8	638
		3	8	6	386
b)		8	4	23	
		8	4+2	3	863
		4	23	8	
		4+2	3	8	638
		23	8	4	
	2	3	8	4	2384
c)				52	
			5	2	52
			52		
		5	2		520
			52	52	
		5	2+5	2	572
		3	26	12	
		3+2	6+1	2	572

M. 1.2. Mivel a legnagyobb 5000-nél kisebb számot keressük, az ezresek helyére 4-est írhatunk. Ez után arra kell törekednünk, hogy a nagyobb helyi értékre a lehető legnagyobb számjegyet helyezzük, ezért a százazok helyére 9-es kerül. Mivel a számjegyek összege 17, a tízes helyi értékre 4-es kerülhet. Így a keresett szám: 4940.

M. 1.3. A lehető

- a) legnagyobb szám: 8617,
- b) legkisebb szám: 2417.

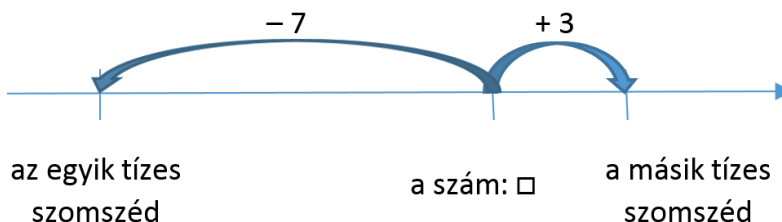
M. 1.4.

- a) A lehető legnagyobb szám: 9249.
- b) A lehető legkisebb szám: 1240.
- c) A számjegyek összege 7: 1240.
- d) A számjegyek összege a lehető legnagyobb: 9249.

M. 1.5.

- a) *A szám páros.* Igaz, hiszen az utolsó számjegy: 2.
- b) *Kisebb 800-nál.* Igaz, hiszen a háromjegyű szám első számjegye: 7.
- c) *A tízesek helyén álló számjegy valódi értéke 40.* Nem lehet eldönteni. Ha a tízesek helyén álló számjegy 4, akkor igaz, különben hamis.
- d) *A százask helyén álló számjegy valódi értéke 70.* Hamis, a százask helyén álló számjegy valódi értéke: 700.
- e) *A szám számjegyeinek összege kétjegyű szám.* Nem lehet eldönteni. Ha a hiányzó számjegy a 0, akkor hamis, különben igaz.
- f) *A legkisebb helyi értéken a legkisebb alaki értékű számjegy van.* Hamis, a legkisebb helyi értéken nem a 0 (a legkisebb alaki értékű számjegy), hanem a 2 áll.

M. 1.6. A feladat egy lehetséges megoldási módja:



Az ábrából látható, hogy az egyik tízes szomszéd: $\square - 7$, a másik tízes szomszéd: $\square + 3$.

Így

$$\square - 7 + \square + 3 = 8010$$

amiből

$$\square + \square = 8014$$

és így

$$\square = 4007.$$

M. 1.7.

- a) 1111, 2222, 3333, 4444, 5555, 6666, 7777, 8888, 9999.
- b) A legkisebb négyjegyű szám, amelyikben a számjegyek összege 3, az 1002, a legnagyobb a 3000.

M. 1.8. Mivel a feltételeknek megfelelő legkisebb háromjegyű számot keressük, így a 9-es számjegy az egyes helyi értéken áll. A másik két helyi értéken álló számjegy összege 6, így a keresett háromjegyű szám a 159. Ebből pedig már azonnal adódik, hogy a megoldás: $159 + 18 = 177$.

M. 1.9. Vizsgáljuk az egyenlőtlenséget részleteiben!

A

$$2\overline{\square\square}3 < \overline{\square\square}21$$

egyenlőtlenség csak úgy teljesülhet, ha a jobb oldalon szereplő szám százasként helyi értékén legalább 2-es számjegy áll. Így a

$$\overline{\square\square}21 < \overline{\square\square}18 < 40\overline{\square\square}$$

egyenlőtlenség miatt a középső szám százasként helyi értékén csak a 3-as számjegy állhat. Megfigyelve az alábbi egyenlőtlenséget

$$40\overline{\square\square} < \overline{\square\square}40 < 4\overline{\square\square}4$$

azonnal látható, hogy a középső szám százasként helyi értékén csak 4-es állhat.

Kiegészítve ezekkel a számjegyekkel az egyenlőtlenséget kapjuk, hogy

$$2\overline{\square\square}3 < 221 < 318 < 40\overline{\square\square} < 440 < 4\overline{\square\square}4.$$

Így kapjuk, hogy a

$$2\overline{\square\square}3 < 221$$

egyenlőtlenség bal oldalán álló szám tízes helyi értékén 0 vagy 1 lehet.

A

$$40\overline{\square\square} < 440$$

egyenlőtlenség bal oldalán szereplő szám egyes helyi értékén 0-tól 9-ig bármelyik számjegy állhat. A

$$440 < 4\overline{\square\square}4$$

egyenlőtlenség jobb oldalán álló szám tízes helyi értékén 4-től 9-ig bármilyen számjegy állhat. Így a feladatnak $2 \cdot 10 \cdot 6 = 120$ megoldása van.

M. 1.10.

a) Tízre kerekítünk:

$$2\overline{\square\square}8 \approx 290 \quad \overline{\square\square} = 8$$

$$\overline{\square\square}45 \approx 500 \quad \overline{\square\square} = \text{nincs megoldás}$$

$$34\overline{\square\square} \approx 350 \quad \overline{\square\square} = 5, 6, 7, 8, 9$$

$$67\overline{\square\square} \approx 670 \quad \overline{\square\square} = 0, 1, 2, 3, 4$$

b) Százakra kerekítünk:

$$\overline{\square\square}81 \approx 900 \quad \overline{\square\square} = 8$$

$$\overline{\square\square}49 \approx 500 \quad \overline{\square\square} = 5$$

$$6\overline{\square\square}5 \approx 600 \quad \overline{\square\square} = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$14\overline{\square\square} \approx 100 \quad \overline{\square\square} = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

M. 1.11.

Tízesekre kerekített érték	Az intervallumba tartozó legkisebb természetes szám	Az intervallumba tartozó legnagyobb természetes szám	Százásokra kerekített érték	Az intervallumba tartozó legkisebb természetes szám	Az intervallumba tartozó legnagyobb természetes szám
1280	1275	1284	1300	1250	1349
9000	8995	9004	9000	8950	9049
4370	4365	4374	4400	4350	4449
100	95	104	0	0	49

M. 1.12.

- a) 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604.
- b) A tízesekre és százásokra kerekített érték is 0: 0-4,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 100: 95-104,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 200: 195-204,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 300: 295-304,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 400: 395-404,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 500: 495-504,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 600: 595-604,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 700: 695-704,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 800: 795-804,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 900: 895-904,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 1000: 995-1004,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 1100: 1095-1104,
A tízesekre és százásokra kerekített érték is 1200: 1195-1204, és így tovább.

M. 1.13. Nem igaz, tekintsük például a 49-et!

Ha ezt tízesekre kerekítjük, akkor 50-et kapunk, majd az 50-et százásokra kerekítve 100 lesz az eredmény, míg a 49-nek a százásokra kerekített értéke 0 lesz. (Hasonlóan jó ellenpéldákat kapunk 45–49-ig, 145–149-ig, 245–249-ig és így tovább.)

M. 1.14. A feladatban szereplő számok (1900 és 2000) miatt csak százásra kerekítésről lehet szó. Százásra kerekített érték 1900: 1850-1949; százásra kerekített érték 2000: 1950-2049, így nyilván az 1950-nél kisebb számok lehetnek megfelelőek.

Az 1945 százásokra kerekített értéke 1900, azonban 4-et hozzáadva 1949-et kapunk, aminek a százásokra kerekített értéke szintén 1900, tehát a keresett szám(ok)nak 1945-nél nagyobb-nak kell lenniük.

Az 1946 százásokra kerekített értéke 1900, és $1946 + 4 = 1950$ százásokra kerekített értéke 2000, tehát ez a szám megoldása a feladatnak.

Ugyanígy megoldása a feladatnak az 1947, 1948 és az 1949 is.

M. 1.15. Jelöljük az eredeti kétjegyű számot a szokásos módon $\overline{ab}$ -vel, így a felcserélés után kapott kétjegyű szám: $\overline{ba}$.

Oldjuk meg próbálgatással a feladatot!

Legyen $a = 1$, ekkor a csere során a valódi értéke 10-ről 1-re, azaz 9-cel csökkent.

Legyen $a = 2$, ekkor a csere során a valódi értéke 20-ról 2-re, azaz 18-cal csökkent.

Legyen $a = 3$, ekkor a csere során a valódi értéke 30-ról 3-ra, azaz 27-tel csökkent.

Legyen $a = 4$, ekkor a csere során a valódi értéke 40-ről 4-re, azaz 36-tal csökkent.

Legyen $a = 5$, ekkor a csere során a valódi értéke 50-ről 5-re, azaz 45-tel csökkent.

Tehát $a = 5$ megoldás, és az előző próbálgatásokhoz hasonlóan belátható, hogy más megoldása nincs a feladatnak.

Hasonlóan, legyen $b = 1$, ekkor a csere során b valódi értéke 1-ről 10-re változott, azaz 9-cel nőtt, és az előző próbálgatásokhoz hasonlóan belátható, hogy más megoldása nincs a feladatnak.

a) Az eredeti szám az 51 volt, és 15 lett belőle.

b) A szám értéke $51 - 15 = 36$ -tal változott.

M. 1.16. Jelöljük az eredeti kétjegyű számot a szokásos módon $\overline{ab}$ -vel, így a felcserélés után kapott kétjegyű szám: $\overline{ba}$.

Az a eredeti valódi értéke $10 \cdot a$, a felcserélés utáni valódi értéke $1 \cdot a$. Ez bármilyen a esetén tizedére csökkenést jelent.

Az b eredeti valódi értéke $1 \cdot b$, a felcserélés utáni valódi értéke $10 \cdot b$. Ez bármilyen $b \neq 0$ esetén tízszeres növekedést jelent.

Így a 0-ra végződő kétjegyű számok kivételével mindegyik kétjegyű szám megoldása a feladatnak.

M. 1.17. A szám tízesekre kerekített értéke 420, így a lehetséges számok: 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424. A keresett számnak vannak egyenlő számjegyei, ezért már csak a 422 és a 424 számok jöhetnek szóba, s mivel a szám számjegyeinek összege kisebb 10-nél, így a gondolt szám a 422.

M. 1.18. A szám százásokra kerekített értéke 500, így a lehetséges számok: 450, 451, ..., 548, 549. Tudjuk, hogy a számban a tízesek és az egyesek számának összege 7, így a lehetséges számok: 452, 461, 470, 507, 516, 525, 534, 543.

M. 1.19. Mivel a százások helyén 3 áll, a feladat feltételei csak úgy teljesülhetnek, ha a szám százásokra kerekített értéke 400, a tízesekre kerekített értéke pedig 390. Ebből adódik, hogy a lehetséges számok: 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394.

M. 1.20. A kerekítés miatt a 805-től 849-ig és a 905-től 949-ig előforduló számok lehetnek megfelelőek. Mivel az egyesek és tízesek számának összege 9, így már csak a 809, 818, 827, 836, 845 és a 909, 918, 927, 936, 945 számok maradnak. Tudjuk még azt is, hogy a lehetséges számoknak vannak egyenlő számjegyei, így a gondolt szám a 818 vagy a 909.

2. fejezet

M. 2.1. Melyik számra gondoltunk? Írjuk le művelettel!

a) $5 \cdot 8 + 3 = 43$

b) $\square : 7 = 6$ $\square = 7 \cdot 6 + 2 = 44$
2

c) $3 \cdot 6 + 1 = 19$

d) $\square : 4 = 8$ $\square = 4 \cdot 8 + 3 = 35$
3

M. 2.2. A feltételek alapján

$$\square \cdot 2 + \square \cdot 3 > 300$$

amiből

$$\square \cdot 5 > 300$$

és így kapjuk, hogy

$$\square > 60.$$

Tehát a lehetséges természetes számok: 61, 62, 63, 64,

M. 2.3. A feltételek alapján

$$\square \cdot 10 - \square \cdot 3 < 500$$

amiből

$$\square \cdot 7 < 500$$

és így kapjuk, hogy

$$\square < \frac{500}{7} = 71\frac{3}{7}.$$

Tehát a lehetséges természetes számok: 0, 1, 2, ..., 69, 70, 71.

M. 2.4. A feltételek alapján

$$450 < \square < 600$$

és így a szám harmada

$$150 = \frac{450}{3} < \frac{\square}{3} < \frac{600}{3} = 200.$$

Tehát a szám harmada 150-nél nagyobb, de 200-nál kisebb.

M. 2.5.

a) A feltételek alapján

$$76 < \square < 106$$

amiből

$$9\frac{4}{8} = \frac{76}{8} < \frac{\square}{8} < \frac{106}{8} = 13\frac{2}{8}$$

tehát a hányados lehetséges egész értékei: 10, 11, 12, 13.

b) Nézzük végig a lehetséges eseteket az a) részhez teljesen hasonlóan!

Ha 1-gyel osztunk: $76 < \text{hányados} < 106$.

Ha 2-vel osztunk: $38 < \text{hányados} < 53$.

Ha 3-mal osztunk: $25 < \text{hányados} < 36$.

Ha 4-gyel osztunk: $19 < \text{hányados} < 27$.

Ha 5-tel osztunk: $15 < \text{hányados} < 22$.

Ha 6-tal osztunk: $12 < \text{hányados} < 18$.

Ha 7-tel osztunk: $10 < \text{hányados} < 16$.

(Vegyük észre, hogy minél nagyobb számmal osztunk, annál szűkebb lesz az az intervallum, ahonnan a hányados értékeket vehet fel.)

M. 2.6. Mivel $\frac{600}{20} = 30$ és $\frac{600}{30} = 20$, így a 600-at 20-nál nagyobb, de 30-nál kisebb számmal oszthattuk.

M. 2.7. Egy számnak és a 20-szorosának az összege a szám 21-szerese. Keressük azt a háromjegyű számot, amelynek a 21-szerese még négyjegyű szám. Mivel

$$\frac{9999}{21} = 476\frac{3}{21}$$

így a feltételeknek megfelelő legnagyobb háromjegyű szám a 476. Most már csak azt kell megadnunk, hogy 100-tól 476-ig hány háromjegyű szám van, ami $476 - 100 + 1 = 377$.

M. 2.8. Gondolkozzunk visszafelé!

Mivel 120-szal több lett az eredmény, így helyes számolás esetén Móni $1546 - 120 = 1426$ -ot kapott volna. Ezt megszorozva 5-tel kapjuk, hogy $1426 \cdot 5 = 7130$ volt az eredeti szám.

M. 2.9. Gondolkozzunk visszafelé!

Mivel Angéla az utolsó műveletnél szorozott 2-vel, így nekünk osztanunk kell, hogy megkapjuk a kiinduló számot. Ez nyilván $5716 : 2 = 2858$, majd ismét osztanunk kell 2-vel, hiszen így kellett volna helyesen számolni, tehát a helyes végeredmény: $2858 : 2 = 1429$.

M. 2.10. Gondolkozzunk visszafelé!

A 248-at úgy kaptuk, hogy egy szám harmadát vettük, így a kiinduló szám:

$$248 \cdot 3 = 744.$$

Mivel ez a szám még nem négyjegyű, tovább kell folytatnunk az eljárást: $744 \cdot 3 = 2232$. Ez már négyjegyű szám, de mivel $2232 \cdot 3 = 6696$ is négyjegyű szám, így a lehetséges számok, amelyekre gondolhattam: 2232 és 6696.

M. 2.11. A feltételek alapján

$$\square \cdot 8 + 120 < 1000$$

amiből

$$\square \cdot 8 < 880$$

és így

$$\square < 110.$$

Mivel a keresett szám háromjegyű, így

$$100 < \square < 110.$$

Tudjuk azt is, hogy ha 120 hozzáadása után 6-ra végződik a szorzat, akkor ez előtt is 6-ra végződött. Egy szám 8-szorosa pedig csak akkor végződik 6-ra, ha a szám 2-re vagy 7-re végződik. Ezért a 100 és 110 közé eső megoldások: 102, 107.

M. 2.12. A 40 csak az alábbi módokon állhat elő három számjegy szorzataként:

$$40 = 1 \cdot 5 \cdot 8 = 2 \cdot 4 \cdot 5.$$

Így a keresett háromjegyű páros számok: 158, 518, 254, 524, 452, 542.

M. 2.13. Az a kérdés, hogy a cseppkő hány év alatt nőtt 25 m = 25 000 mm-t. Mivel 1 mm-t 10 év alatt nőtt, így 25 000 mm-t 250 000 év alatt, tehát ennyi idős a cseppkő.

M. 2.14.

A gyerekek száma	2	3	4	6	12
sárgarépa (db)	18	12	9	6	3
dió (db)	24	16	12	8	4

(Vegyük észre, hogy a gyerekek lehetséges számát a 36 és 48 (1-nél nagyobb) közös osztói adják.)

M. 2.15.

a) 10:54 és 11:18 órakor.

b) A és C.

c) Még 4 alkalommal indultak egyszerre: 10:42, 10:54, 11:06 és 11:18 órakor.

d) 4.

(Vegyük észre, hogy a feladat megoldásának alapja a 6, 8 és 12 legkisebb közös többszörösének megtalálása.)

M. 2.16. A feladat feltételei alapján olyan számot keresünk, amely 4-gyel osztva 1 maradékot, 3-mal osztva 2 maradékot, 5-tel osztva pedig 4 maradékot ad. Mivel az 5 a legnagyobb szám, soroljuk fel 60-ig azokat a számokat, amelyek 5-tel osztva 4 maradékot adnak: 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34, 39, 44, 49, 54, 59. Nézzük meg, hogy ezek közül melyek azok a számok, amelyek 4-gyel osztva 1, 3-mal osztva pedig 2 maradékot adnak, ezek a 29 és az 59. Így az osztály tanulói reálisan 29-en lehetnek.

(Vegyük észre, hogy a lehetséges megoldások 30-asával követik egymást. Mi lehet ennek az oka?)

Más megoldás:

Az osztály létszáma az 5 és a 3 közös többszörösénél 1-gyel kevesebb, hiszen a tanítóval együtt tudnak ötösével és hármasával is sorakozni. E szerint az osztály létszáma 14, 29, 44... lehetne. Ezek közül a 29-nek a 4-gyel való osztási maradéka 1. Ennél nagyobb létszámú osztály nem reális.

M. 2.17. Mivel a számjegyek összege: $2 + 5 + 1 + 7 = 15$ osztható 3-mal, így az ezekből a számjegyekből alkotható négyjegyű számok mindegyike osztható 3-mal.

Mivel egy szám akkor osztható 6-tal, ha 2-vel és 3-mal is osztható, így a négyjegyű szám utolsó számjegye csak 2 lehet. Tehát a 6-tal osztható számok: 1572, 1752, 5172, 5712, 7152, 7512.

M. 2.18. Összesen 4 szám alkotható: 4445, 4454, 4544, 5444.

Ezek közül 2-vel oszthatók, amelyekben az egyesek helyén 4-es áll: 4454, 4544, 5444.

Mivel a számjegyek összege 17, így egyik szám sem osztható 3-mal.

4-gyel (az utolsó két számjegyből alkotott kétjegyű számot megfigyelve) a 4544 és az 5444 osztható.

M. 2.19. A legkisebb ötjegyű számot akkor kapjuk, ha a lehető legkisebb számjegyeket használjuk.

Ezek: 0, 1, 2, 3, 4. Ezekből a számjegyekből képezhető legkisebb ötjegyű szám a 10 234, azonban ez nem osztható 4-gyel. A következő páros szám már osztható 4-gyel, így a feladat megoldása: 10 236.

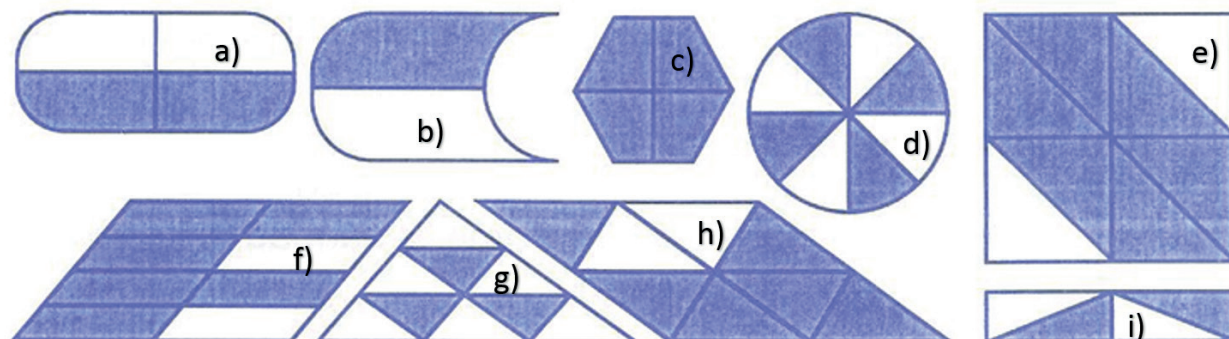
M. 2.20.

a) Egy szám akkor osztható 15-tel, ha osztható 3-mal és 5-tel is. Mivel egy szám csak akkor osztható 5-tel, ha 0-ra vagy 5-re végződik, így a keresett számnak 0-ra kell végződnie. Egy szám akkor osztható 3-mal, ha számjegyeinek összege osztható 3-mal. A szám akkor lesz a legkisebb, ha a számjegyek összege éppen 3, ez pedig akkor teljesül, ha három darab 1-et tartalmaz, így a keresett legkisebb szám: 1110.

b) Egy szám akkor osztható 45-tel, ha osztható 9-cel és 5-tel is. Mivel egy szám csak akkor osztható 5-tel, ha 0-ra vagy 5-re végződik, így a keresett számnak 0-ra kell végződnie. Egy szám akkor osztható 9-cel, ha számjegyeinek összege osztható 9-cel. A szám akkor lesz a legkisebb, ha a számjegyek összege éppen 9, ez pedig akkor teljesül, ha kilenc darab 1-et tartalmaz, így a keresett legkisebb szám: 1 111 111 110 (olv.: 1 milliárd 111 millió 111 ezer 110).

3. fejezet

M. 3.1.



Az a) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 negyed, a sötét rész 2 negyedek ér.

A b) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 fél, a sötét rész 1 felet ér.

A c) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 negyed, a sötét rész 4 negyedek (egy egész) ér.

A d) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 nyolcad, a sötét rész 4 nyolcadot ér.

Az e) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 nyolcad, a sötét rész 6 nyolcadot ér.

Az f) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 nyolcad, a sötét rész 6 nyolcadot ér.

A g) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 kilenced, a sötét rész 3 kilencedet ér.

A h) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 nyolcad, a sötét rész 6 nyolcadot ér.

Az i) alakzat esetén 1 kis rész értéke 1 negyed, a sötét rész 2 negyedek ér.

M. 3.2.



M. 3.3. A szakaszok hosszúsága:

a) 6 tizenketted vagy 1 ketted,

b) 3 tizenketted vagy 1 negyed,

c) 9 tizenketted vagy 3 negyed,

d) 4 tizenketted vagy 1 harmad,

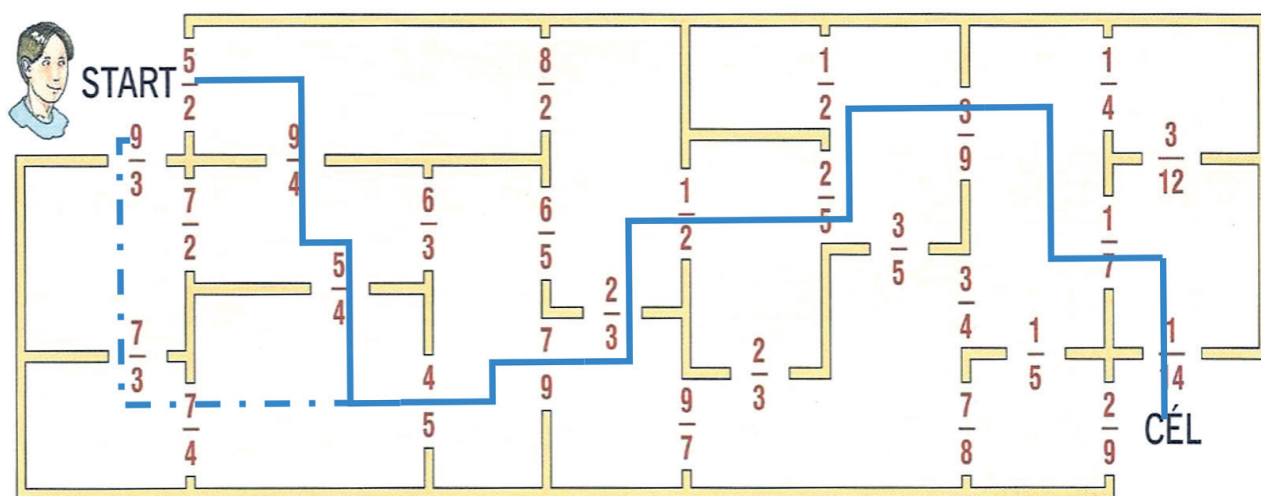
e) 8 tizenketted vagy 2 harmad,

f) 16 tizenketted vagy 4 harmad.

A szakaszok hossza növekvő sorrendben:

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{3}$$

M. 3.4. Indulhatunk az 5 kettedtől (folyamatos vonal) és a 9 harmadtól is (szaggatott vonal), azonban két lépés után mindkét út a 4 ötödhöz vezet, s innen már csak egyféleképpen érhetünk célba.



M. 3.5.

- 3; 1 harmad.
- 9 hatod (3 ketted); 6 kilenced (2 harmad).
- 6 nyolcad (3 negyed); 8 hatod (4 harmad).

M. 3.6.

	A			B			C			D		
Az egész	10	200	50	90	135	270	140	280	70	121	660	605
A sötét	3	60	15	60	90	180	80	160	40	33	180	165
A világos	7	140	35	30	45	90	60	120	30	88	480	440

M. 3.7. Gondolkozzunk visszafelé!

Egy számnak a harmada 40, ebből a szám: 120. A gondolt szám fele tehát 120, így a gondolt szám: 240.

M. 3.8. Gondolkozzunk visszafelé!

Az a szám, aminél 5-tel kisebb a 25 a 30, majd ezt szorozva 2-vel kapjuk, hogy a gondolt szám a 60.

M. 3.9. A 60 felének a háromszorosa: $(60 \div 2) \cdot 3 = 90$, a 60 háromszorosának a fele: $(60 \cdot 3) \div 2 = 90$, vagyis a két szám egyenlő.

M. 3.10. Hozzuk közös nevezőre a feladatban szereplő törtetket!

A 3 ötöd = 21 harmincötöd, a 4 heted = 20 harmincötöd, innen pedig már azonnal látható, hogy bármely (pozitív) szám 3 ötöde nagyobb, mint a 4 hetede.

M. 3.11. Gondolkozzunk visszafelé!

A 84-et úgy kaptuk, hogy az utolsó lépésben a számjegyeket felcseréltük, így az utolsó előtti lépésben kapott szám a 48 volt. A feladat feltételei alapján 48-nak a kétszeresét kell vennünk, ez 96, majd ebből el kell vennünk 14-et, így kapjuk meg a gondolt számot, ami 82.

M. 3.12.

- a) Egyenlő.
- b) 45 centiméter.
- c) 27 tized méter.
- d) Egyenlő.
- e) Egyenlő.

M. 3.13.

- a) 50 perc.
- b) Harmad óra.
- c) Egyenlő.
- d) 60 perc.
- e) Egyenlő.

M. 3.14.

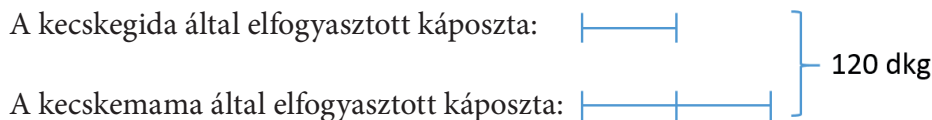
- a) Mivel az iskola tanulóinak a 2 harmad része 426 tanuló, így a tanulók 1 harmad része: 213 tanuló. Ebből pedig már adódik, hogy az iskolának 639 tanulója van.
- b) Mivel az árleszállítás után a cukorka és a csoki ára egyenlő lett, így a cukorka új ára is 120 Ft. Tudjuk, hogy a cukorka ára negyedével csökkent, így a 120 Ft, a cukorka eredeti árának 3 negyed része. Ebből kapjuk, hogy az eredeti ár 1 negyed része 40 Ft, amiből adódik, hogy a cukorka eredeti ára 160 Ft volt.

M. 3.15. Tudjuk, hogy a golyók fele (vagy 3 hatoda) piros és a hatoda kék, így a golyók 2 hatoda sárga. Mivel a zsákban 10 sárga golyó van és ez a golyók számának 2 hatoda, így a zsákban összesen $10 \cdot 3 = 30$ golyó van.

M. 3.16. A teli láda tömege 30 kg-mal nagyobb az üres láda tömegénél, így a gyümölcs tömege 30 kg. Azt is tudjuk, hogy a teli láda tömege 7-szer olyan nehéz, mint az üres láda, így a gyümölcs tömege 6-szor olyan nehéz, mint az üres láda. Mivel a gyümölcs tömege 30 kg, ebből az üres láda tömege $30 \div 6 = 5$ kg.

M. 3.17.

- a) Tudjuk, hogy egy banán tömege 90 g és egy fél banán, ebből kapjuk, hogy egy fél banán tömege 90 g, innen pedig azonnal adódik, hogy az egész banán tömege 180 g.
b) Mivel 5 nap alatt fogyasztanak el $6 \text{ kg} = 600 \text{ dkg}$ káposztát, így 1 nap alatt $600 \text{ dkg} \div 5 = 120 \text{ dkg}$ káposztát fogyasztanak el.

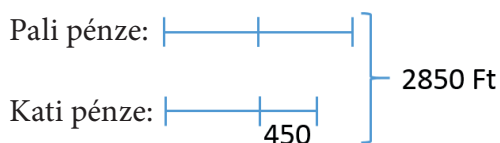


Az ábrából azonnal látható, hogy a 120 dkg-ot három egyenlő részre kell osztani, így a kecskegida 40 dkg, a kecskemama pedig 80 dkg káposztát eszik meg egy nap alatt.

M. 3.18.

- a) Mivel a felnőttek hatoda a 108 nyugdíjas, így $108 \cdot 6 = 648$ felnőtt van.
b) Mivel a futók harmada gyerek, így a futók 2 harmada felnőtt, amiből az a) rész alapján azonnal kapjuk, hogy 324 gyerek van. Ebből viszont adódik, hogy a versenyen $648 + 324 = 972$ résztvevő volt.

M. 3.19.



Az ábrából azonnal látható, hogy egy kis szakasz értékét megkapjuk, ha 2850-ből elveszünk 450-et, majd a kapott eredményt 3-mal osztjuk. Tehát egy kis szakasz értéke 800 Ft, így Palinak 1600 Ft-ja, Katinak pedig 1250 Ft-ja van.

M. 3.20. Ábrázoljuk szakaszokkal a feladatnak azt a részét, hogy: „Orsinak feleannyi van, mint Petinek..., Petinek 140 Ft-tal van több pénze, mint Orsinak.”



Az ábrából azonnal látható, hogy Petinek 280 Ft-ja, Orsinak pedig 140 Ft-ja van.

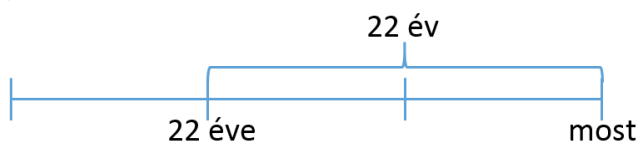
Továbbá, mivel azt is tudjuk, hogy Peti pénze Dóri pénzének a fele, ebből azonnal adódik, hogy Dórinak 560 Ft-ja van.

M. 3.21. Ábrázoljuk szakaszokkal a feladatot!



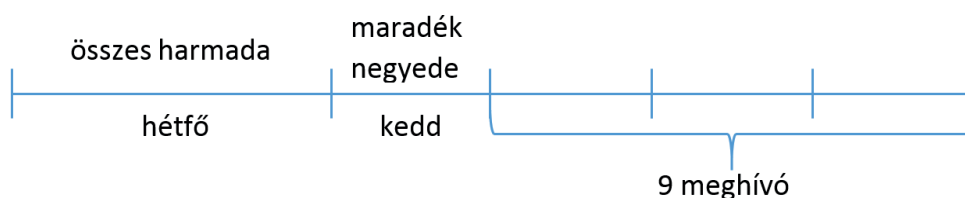
Az ábrából azonnal látszik, hogy az ember 5 év múlva 20 éves lesz (hiszen kétszer annyi idős lesz, mint 5 évvel ezelőtt volt), így most éppen 15 éves.

M. 3.22. Ábrázoljuk szakaszokkal a feladatot!



Az ábrából azonnal látszik, hogy egy kis szakasz 11 évet jelent, ebből pedig kapjuk, hogy Móni most 33 éves.

M. 3.23. Ábrázoljuk szakaszokkal a feladatot!



Az ábrából azonnal látszik, hogy egy kis szakasz 3 meghívót jelent, így Dóri kedden 3 meghívót osztott szét, hétfőn pedig hatot, így Dórinak összesen 18 meghívója volt.

M. 3.24. Ábrázoljuk szakaszokkal a feladatot!



Az ábrából azonnal látható, hogy a 3. résztáv 1,5 km, így a 2. résztáv 4,5 km, az 1. résztáv pedig 3 km hosszú, tehát a túra 12 km hosszú volt.

(Vegyük észre, hogy a feladat szövegében szereplő idők a megoldás szempontjából felesleges adatok.)

M. 3.25.

a) Ábrázoljuk szakaszokkal a feladatot!



Az ábráról látható, hogy a nem fájló lábak száma $90 \div 2 = 45$, a fájló lábak száma 55.

b) Ábrázoljuk szakaszokkal a feladatot!



Az ábrából azonnal látható, hogy a 100-at 5 részre kell osztani, így kapjuk, hogy egy szakasz 20 lábat jelent, tehát a százlábúnak 80 lába nem fáj.

c) Ábrázoljuk szakaszokkal a feladatot!



Az ábrából látható, hogy a 100-at 5 részre kell osztani, így kapjuk, hogy egy szakasz 20 lábat jelent, tehát a százlábúnak 40 lába nem fáj.

4. fejezet

M. 4.1.

- a) $16 + 23 + 45 = \mathbf{84}$ $97 - 56 - 28 = \mathbf{13}$ $2 \cdot 7 \cdot 7 = \mathbf{98}$
 $54 : 6 : 3 = 9 : 3 = \mathbf{3}$
 $64 + 23 - 41 = \mathbf{46}$ $85 - 76 + 13 = \mathbf{22}$ $12 \cdot 5 : 6 = 60 : 6 = \mathbf{10}$
 $96 : 8 \cdot 2 = 12 \cdot 2 = \mathbf{24}$
- b) $63 + (19 + 11) = 63 + 30 = \mathbf{93}$ $87 - (24 - 14) = 87 - 10 = \mathbf{77}$
 $18 : (9 : 3) = 18 : 3 = \mathbf{6}$
 $93 - (18 + 47) = 93 - 65 = \mathbf{28}$ $72 : (2 \cdot 4) = 72 : 8 = \mathbf{9}$
 $13 \cdot (42 : 7) = 13 \cdot 6 = \mathbf{78}$
- c) $56 - 4 \cdot 7 = 56 - 28 = \mathbf{28}$ $38 + 54 : 9 = 38 + 6 = \mathbf{44}$
 $11 + 9 : 9 = 11 + 1 = \mathbf{12}$ $95 : 5 + 7 \cdot 7 = 19 + 49 = \mathbf{68}$
 $75 + 3 \cdot 8 = 75 + 24 = \mathbf{99}$ $91 - 22 : 2 = 91 - 11 = \mathbf{80}$
 $48 - 4 \cdot 2 = 48 - 8 = \mathbf{40}$ $14 \cdot 4 - 32 : 4 = 56 - 8 = \mathbf{48}$
- d) $(149 + 241) \cdot 2 = 390 \cdot 2 = \mathbf{780}$ $(627 - 156) \cdot 2 = 471 \cdot 2 = \mathbf{942}$
 $4800 : (60 - 50) = 4800 : 10 = \mathbf{480}$ $149 + 241 \cdot 2 = 149 + 482 = \mathbf{631}$
 $627 - 156 \cdot 2 = 627 - 312 = \mathbf{315}$ $4800 : 60 - 50 = 80 - 50 = \mathbf{30}$

M. 4.2.

- a) $(256 - 98) \cdot \mathbf{3} = 256 \cdot 3 - 98 \cdot 3$ $83 \cdot 8 = 83 \cdot 5 + 83 \cdot \mathbf{3}$
b) $3 \cdot 214 - 3 \cdot 138 = 3 \cdot (\mathbf{214} - 138)$ $251 \cdot 3 - 251 = 251 \cdot \mathbf{2}$
c) $(176 + \mathbf{21}) \cdot 5 = 176 \cdot 5 + 21 \cdot 5$ $124 \cdot 7 = 124 \cdot \mathbf{8} - 124$

M. 4.3.

- a) A 246 és a 172 összegének a kétszerese: $(246 + 172) \cdot 2 = 418 \cdot 2 = 836$.
b) A 628 és a 471 különbségének az ötszöröse: $(628 - 471) \cdot 5 = 157 \cdot 5 = 785$.
c) A 946 és a 156 négyszeresének a különbsége: $946 - 156 \cdot 4 = 946 - 624 = 322$.
d) A 78 hétszeresének és a 319-nek az összege: $78 \cdot 7 + 319 = 546 + 319 = 865$.
e) A 138 háromszorosának és a 97 ötszörösének az összege: $138 \cdot 3 + 97 \cdot 5 = 414 + 485 = 899$.
f) A 249 háromszorosának és a 86 négyszeresének a különbsége:
 $249 \cdot 3 - 86 \cdot 4 = 747 - 344 = 403$.
g) A 916 és a 659 különbségének és a 248 kétszeresének az összege:
 $(916 - 659) + 248 \cdot 2 = 257 + 496 = 753$.

M. 4.4.

- a) $(180 + 61) \cdot 2 < 180 \cdot 4 + 61 \cdot 4$ $79 \cdot 9 = 80 \cdot 9 - 9$
b) $5 \cdot (183 - 91) < 5 \cdot 183 - 91$ $156 \cdot 5 + 156 < 165 \cdot 6$
c) $900 - 6 \cdot 90 = 8 \cdot 90 - 4 \cdot 90$ $23 \cdot 3 \cdot 4 = 23 \cdot (197 - 185)$

M. 4.5.

- a) Négyen együtt $8475 + 1205 = 9680$ Ft-ot nyertek, így fejenként $9680 : 4 = 2420$ Ft jár mindenkinek.
- b) Mivel az 5 és 10 forintosok száma egyenlő, így tekinthetjük úgy, hogy 15 forintosokkal szeretnénk 1380 Ft-ot kifizetni, ezek száma pedig $1380 : 15 = 92$ darab. Így 92 darab 5 forintosra és 92 darab 10 forintosra lesz szükségünk, azaz összesen 184 darab pénzermé.

M. 4.6. Mivel a 2 fityingesek száma kétszerese a 4 fityingesek számának, így tekinthetjük úgy, hogy Torkoska ugyanannyi pénzt költött 4 fityinges és 2 fityinges cukorkára, azaz mindegyikre $1000 \div 2 = 500$ fityinget költött. Ebből a pénzből $500 \div 4 = 125$ darab 4 fityinges, és $500 \div 2 = 250$ darab 2 fityinges cukorkát vásárolt.

A feladat megoldása nyitott mondattal:

A 4 fityinges cukorkák száma: $\square$ és így a 2 fityinges cukorkák száma: $2 \cdot \square$.

A 4 fityinges cukorkák ára: $4 \cdot \square$ és így a 2 fityinges cukorkák ára:

$$2 \cdot (2 \cdot \square) = 4 \cdot \square.$$

Torkoska vásárlása:

$$1000 = 4 \cdot \square + 4 \cdot \square = 2 \cdot (4 \cdot \square)$$

ebből pedig

$$500 = 4 \cdot \square$$

és így

$$125 = \square.$$

Tehát Torkoska 125 darab 4 fityinges (és 250 darab 2 fityinges) cukorkát vásárolt.

M. 4.7. Mivel minden testvér részt vett a találkozón, így $240 + 150 + 40 = 430$ ember volt a találkozón összesen.

A találkozón 240 olyan ember vett részt, akiknek egy ikertestvére van, ez $240 \div 2 = 120$ ilyen ikerpárt jelent. A találkozón 150 olyan ember vett részt, akiknek kettő ikertestvére van, ez $150 \div 3 = 50$ hármas ikret jelent. A találkozón 40 olyan ember vett részt, akiknek három ikertestvére van, ez $40 \div 4 = 10$ négyes ikret jelent. Így $120 + 50 + 10 = 180$ ikertestvér volt a találkozón.

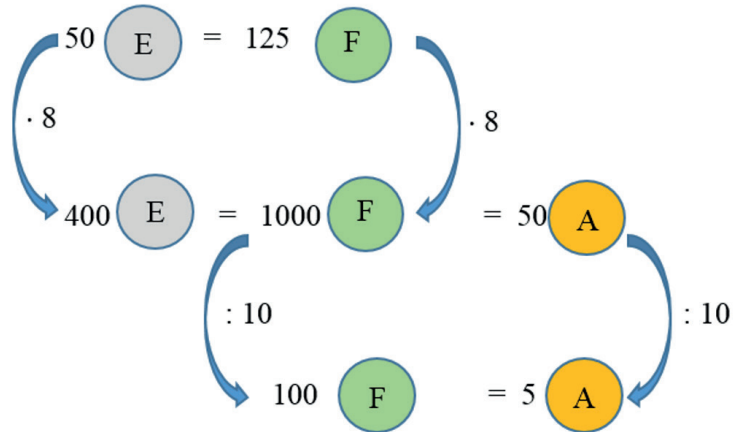
M. 4.8. Május 31 napos, így ha minden nap 8 gombóc fagyit eszik, akkor $8 \cdot 31 = 248$ gombóc fagyit fogyaszt el. Mivel összesen 302 gombócot evett, ez annyiszor 3-mal több a 248-nál, amennyi a napos napok száma: $(302 - 248) \div 3 = 54 : 3 = 18$. Ha májusban 18 napon sütött a Nap, akkor $31 - 18 = 13$ napon nem sütött. Így májusban Gombóc Artúr $40 \text{ dkg} \cdot 31 + 20 \text{ dkg} \cdot 13 = 1500 \text{ dkg} = 15 \text{ kg}$ csokoládét evett.

M. 4.9. Mivel 1 év = 5 hónap és 1 hónap = 12 nap, így 1 év = $12 \cdot 5 = 60$ nap. Mivel $1200 \div 60 = 20$, ezért egy 1200 napos tündér 20 éves.

M. 4.10. Szöveggel:

Mivel 50 ezüst ér 125 fityinget, így 400 ezüst 1000 fityinget ér. Tudjuk azt is, hogy 400 ezüst 50 aranyat ér, így kapjuk, hogy 1000 fitying 50 aranyat ér, ebből pedig következik, hogy 100 fitying 5 aranyat ér.

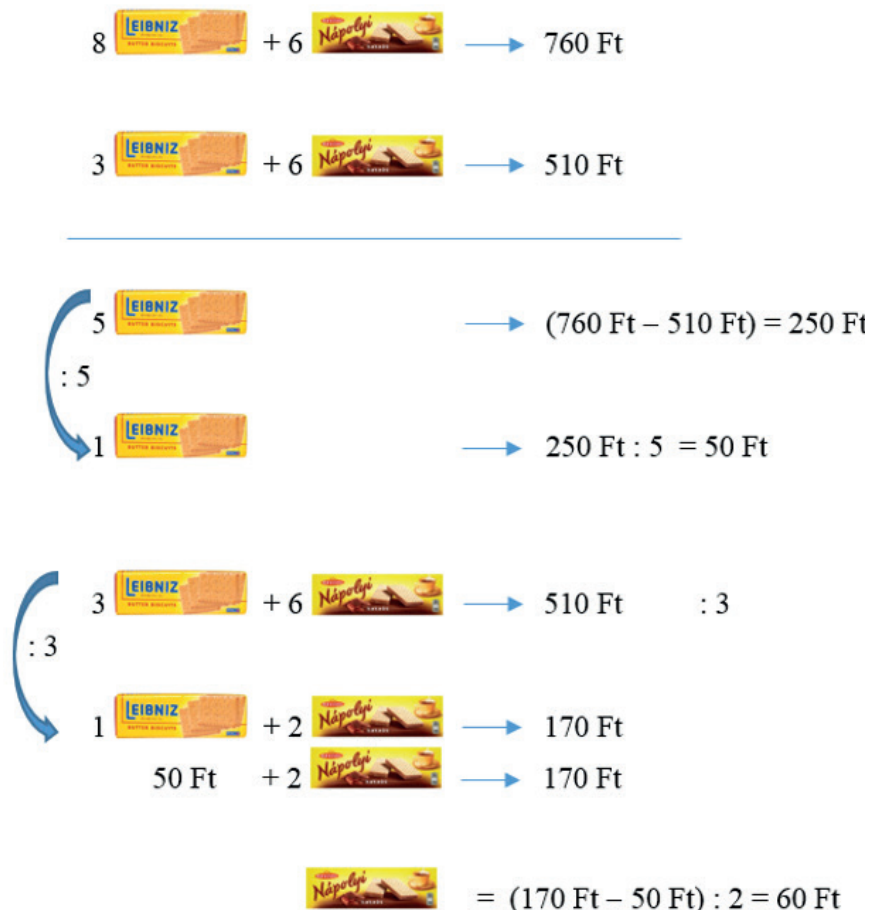
Ábrával:



M. 4.11. Szöveggel:

Mivel 8 darab keksz és 6 darab nápolyi, valamint 3 darab nápolyi és 3 darab keksz között a különbség 5 darab keksz, így ennek az ára: $760 - 510 = 250$ Ft, amiből 1 darab keksz ára 50 Ft. Innen azonnal adódik, hogy 6 darab nápolyi ára $510 - 150 = 360$ Ft, amiből 1 darab nápolyi ára 60 Ft.

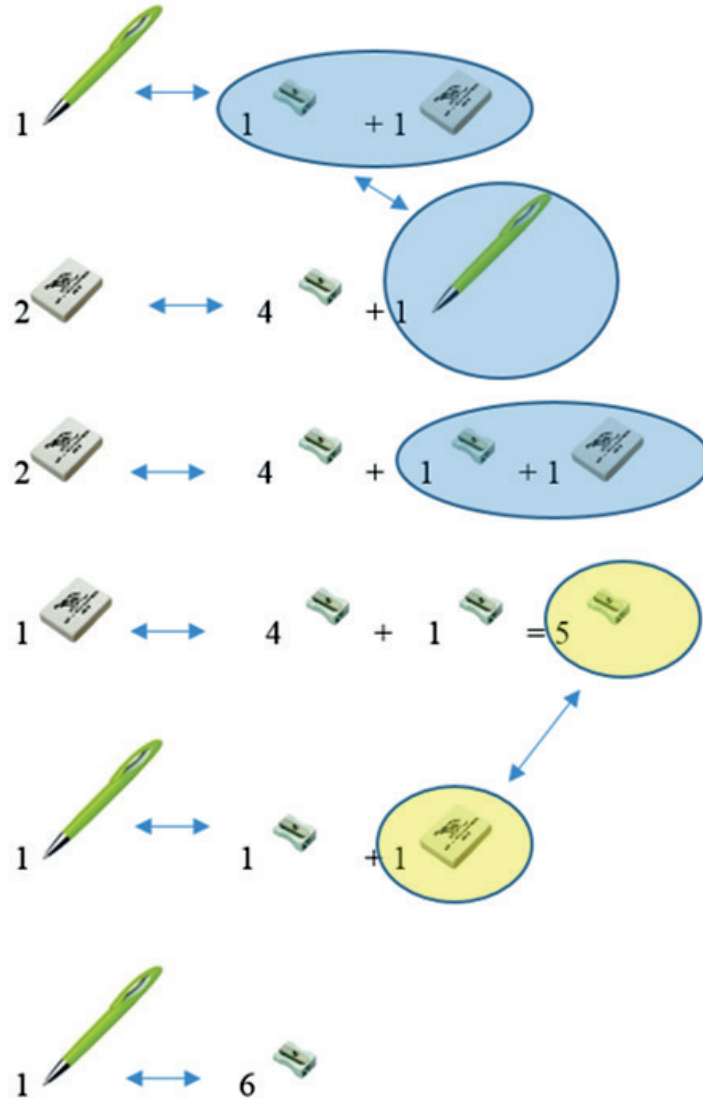
Ábrával:



M. 4.12. Szöveggel:

Mivel egy toll ér egy hegyezőt és egy radírt, és két radír ér négy hegyezőt és egy tollat, ebből kapjuk, hogy két radír ér öt hegyezőt és egy radírt, amiből adódik, hogy egy radír öt hegyezőt ér. Így azonnal következik, hogy egy toll hat hegyezőt ér.

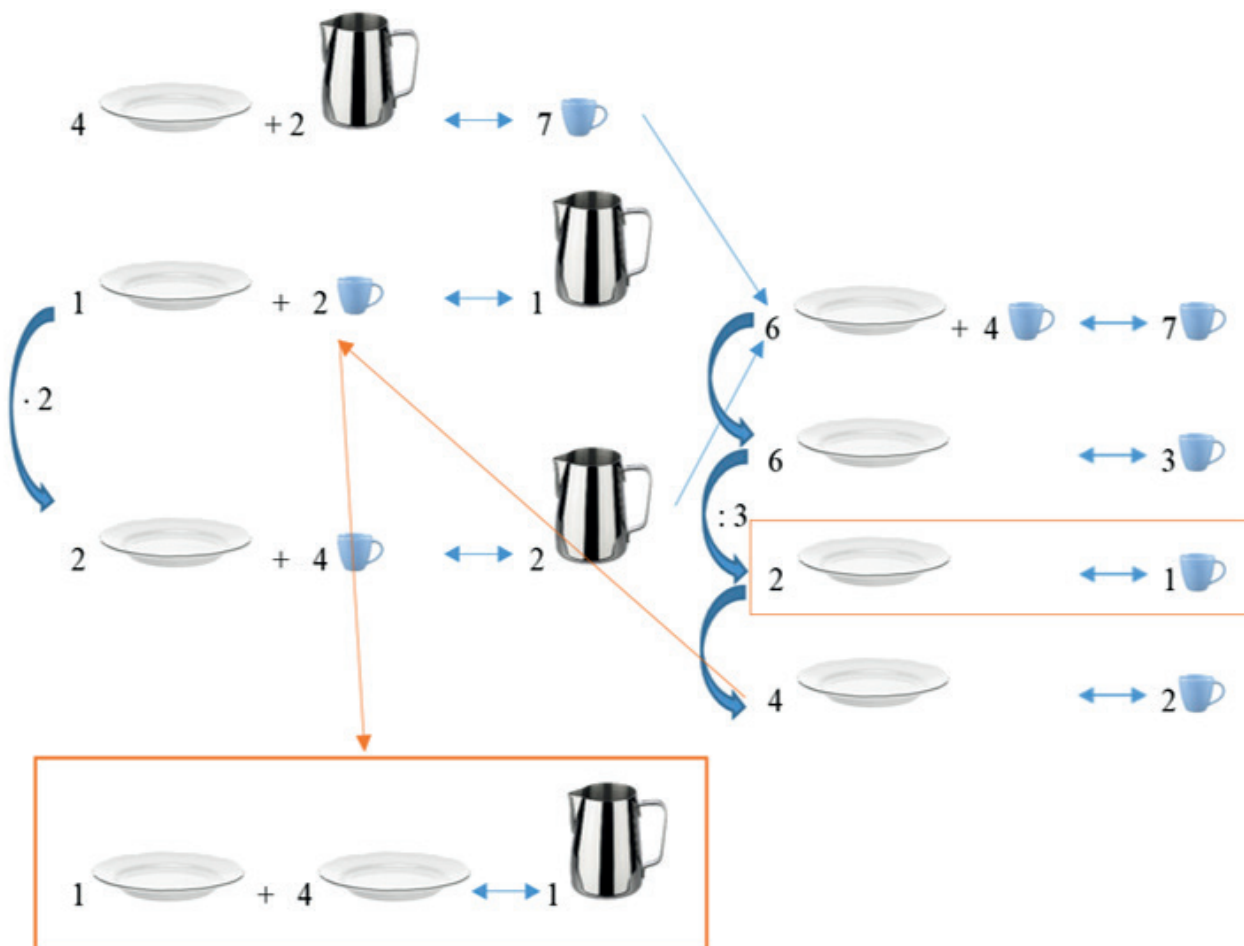
Ábrával:



M. 4.13. Szöveggel:

Mivel egy tányér meg két csésze ér egy kancsót, így két tányér meg négy csésze ér két kancsót. Ebből kapjuk, hogy négy tányér meg két kancsó ér hat tányért meg négy csészét, ami tudjuk, hogy hét csészét ér. Így adódik, hogy hat tányér három csészét ér, amiből kapjuk, hogy egy csésze két tányért ér. Innen pedig következik, hogy öt tányér ér egy kancsót.

Ábrával:



M. 4.14. Megjegyzés: A megoldásokat minden esetben a természetes számok körében keressük.

a) Mivel

$$\square + \square + \square > 270,$$

ebből

$$3 \cdot \square > 270$$

és így

$$\square > 90$$

azaz $\square = 91, 92, 93, 94, \dots$

b) Mivel

$$120 < \square + 25$$

ebből

$$95 < \square$$

azaz $\square = 96, 97, 98, 99, \dots$

c) Mivel

$$120 < \square - 25$$

ebből

$$145 < \square$$

azaz $\square = 146, 147, 148, 149, \dots$

d) Mivel

$$120 + \square > 25$$

ez az egyenlőtlenség pedig bármely természetes számra teljesül, hiszen a 120 már eleve nagyobb, mint 25 és még tovább növeljük egy nemnegatív számmal.

e) Mivel

$$120 - \square > 25$$

ebből

$$120 > 25 + \square$$

és így

$$95 > \square$$

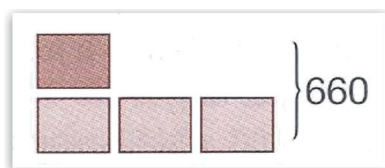
azaz $\square = 94, 93, 92, 91, \dots, 0$.

M. 4.15.

1. — c) (vagy b)) — III. vagy II.
2. — a) — I.
3. — b) (vagy c)) — III.
4. — d) (vagy e)) — IV.
5. — f) — VI. (vagy V.)
6. — e) (vagy d)) — IV.

M. 4.16. A rajzhoz illő szöveg:

- c) A hét végén háromszor annyian váltottak belépőjegyet a múzeumba, mint pénteken. Összesen 660 jegy kelt el a három nap alatt. Hányan váltottak jegyet pénteken? Hányan szombat-vasárnap?



Nyitott mondattal:

A pénteken váltott jegyek száma: $\square$

A hét végén váltott jegyek száma: $3 \cdot \square$

A három nap alatt elkelt jegyek száma: $\square + 3 \cdot \square = 660$

Ebből

$$4 \cdot \square = 660$$

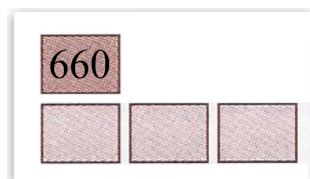
és így

$$\square = 165.$$

Pénteken 165-en váltottak jegyet, szombat-vasárnap pedig 495-en.

- a) Szerdán 660 kg narancsot szállítottak el a raktárból, másnap háromszor annyit. Hány kiló narancsot szállítottak el a raktárból ezen a két napon?

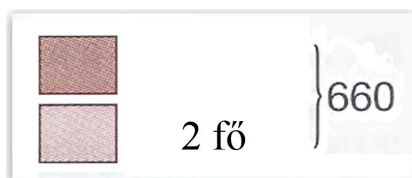
A szöveghez tartozó rajz:



Tudjuk, hogy szerdán 660 kg narancsot szállítottak el, így csütörtökön $660 \cdot 3 = 1980$ kg-ot, tehát ezen a két napon $660 + 1980 = 2640$ kg narancsot szállítottak el.

- b) Két iskolából 660 gyerek vett részt a nyári táborozáson. Az egyikből kettővel több gyerek érkezett, mint a másikkól. Hány gyerek vett részt a táborozáson az egyik iskolából, mennyi a másikkól?

A szöveghez tartozó rajz:



Nyitott mondattal:

Az egyik iskolából részt vevő gyerekek száma: $\square$

A másik iskolából részt vevő gyerekek száma: $\square + 2$

Az összes részt vevő gyerekek száma: $\square + \square + 2 = 660$

Ebből

$$\square + \square = 658$$

és így

$$2 \cdot \square = 658$$

amiből

$$\square = 329.$$

Az egyik iskolából 329, a másikkól pedig 331 gyerek vett részt a táborozáson.

M. 4.17. A megoldás rajzzal:



Az ábrából azonnal látható, hogy a tok árának a kétszerese $56\,000 - 31\,000 = 25\,000$ Ft. Így a tok ára 12 500 Ft, a hegedű ára: 43 500 Ft.

A megoldás nyitott mondattal:

A tok ára: $\square$

A hegedű ára: $\square + 31\,000$

Tehát a hegedű ára tokkal együtt: $\square + \square + 31\,000 = 56\,000$.

Ebből

$$\square + \square = 25\,000$$

és így

$$2 \cdot \square = 25\,000$$

amiből

$$\square = 12\,500.$$

Így a tok ára 12 500 Ft, a hegedű ára: 43 500 Ft.

M. 4.18. Mivel Peti és Sára ikrek, így nyilván egyidősek.

A megoldás nyitott mondattal:

Peti életkora: $\square$

Sára életkora: $\square$

Robi életkora: $\square + 10$

Peti, Robi és Sára életkora együtt: $\square + \square + \square + 10 = 34$

Ebből

$$\square + \square + \square = 24$$

és így

$$3 \cdot \square = 24$$

amiből

$$\square = 8.$$

Így Peti és Sára 8 évesek, Robi pedig 18 éves.

M. 4.19. Első megoldás:

Adjuk össze a három mérés eredményét! Így mindegyik lány tömegét kétszer számoltuk és kapjuk, hogy a három lány tömegének kétszerese: $73 + 79 + 76 = 228$ kg. Ebből kapjuk, hogy a három lány tömege: 114 kg. Mivel tudjuk, hogy Anna és Bori együtt 73 kg, adódik, hogy Dóri tömege $114 - 73 = 41$ kg. Innen pedig már következik, hogy Bori tömege $79 - 41 = 38$ kg, Anna tömege pedig $76 - 41 = 35$ kg.

Második megoldás:

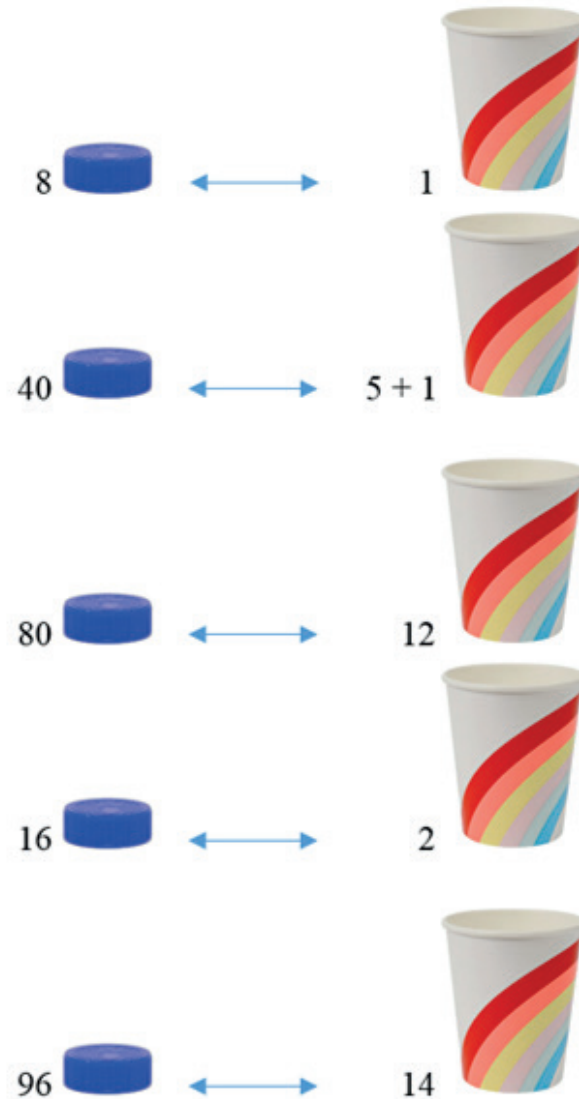
Mivel Anna és Bori együtt 73 kg, Bori és Dóri együtt pedig 79 kg, ebből látható, hogy Dóri 6 kg-mal nehezebb Annánál. Így mivel Dóri és Anna tömege 76 kg, adódik, hogy Anna tömegének kétszerese 70 kg. Ebből Anna tömege 35 kg, innen pedig Bori és Dóri tömege az első megoldáshoz hasonló módon számítható ki.

M. 4.20.

a) Szöveggel:

Mivel $96 \div 8 = 12$ és még 2 plusz pohár jár, mivel kétszer 40 kupakot gyűjtött, így Feri összesen 14 poharat kap.

Ábrával:



b) 96-nál 8-cal kevesebb, azaz legalább 88 kupakot gyűjtött Kati.

c) Nem, mert 79 kupak esetén még csak 10 pohár jár, 80 kupak esetén azonban már 12.

M. 4.21.

a) A korongokon levő számok összege: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$.

b) Mivel a középső dobozban levő számok összege 18, így a feltételek miatt az első dobozba a 9-es korong kerül. Ebből adódik, hogy a harmadik dobozba kerülő korongok összege 18, ez pedig éppen a megmaradó korongok összege, hiszen: $1 + 2 + 4 + 5 + 6 = 18$.

- c) Mivel a három dobozban levő korongok összege egyenlő, ez csak úgy lehet, ha az egyes dobozokban levő korongok összege $45 \div 3 = 15$. Ebből azonnal adódik, hogy az első dobozban a 6-os, a második dobozban a 7-es, a harmadik dobozban pedig az 1, 2, 3, 4, 5 korongoknak kell lenniük.
- d) A feltételek csak úgy teljesülhetnek, ha az első dobozban levő korongok összege 12, a másodikban levőké 15, a harmadikban levőké pedig 18. Ebből azonnal adódik, hogy az első dobozban a 4-es, a második dobozban a 9-es, a harmadik dobozban pedig az 1, 2, 3, 5, 7 korongoknak kell lenniük.

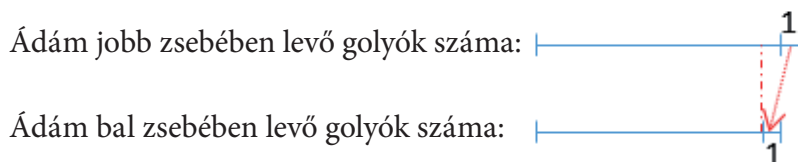
M. 4.22. Balázs javaslata nyilván jó, hiszen ekkor $(157 + 193) \div 2 = 175$ számóca jut mindkét gyereknek.

Péter javaslata esetén Balázsnak $157 + 36 = 193$, Ágnesnek pedig $193 - 36 = 157$ számócája lesz, ami nyilván nem megfelelő. A helyes javaslat az lett volna, hogy Ágnes ne annyi számócát adjon át, amennyivel több szem van nála, hanem a különbségnek csak a felét, azaz 18 szemet adjon át Balázsnak. Így Balázsnak $157 + 18 = 175$, Ágnesnek pedig $193 - 18 = 175$ számócája lesz, ami valóban egyenlő.

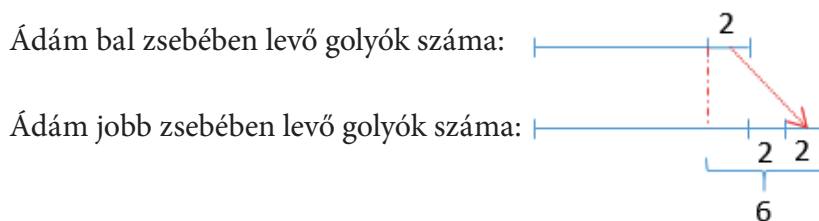
M. 4.23. A bal oldali ábra alapján összerakjuk a két zsebemben levő pénzt, majd a teljes összeget osztjuk 2-vel, így mindkét zsebben ugyanannyi $(265 + 375) : 2 = 640 : 2 = 320$ Ft lesz.

A jobb oldali ábra alapján a bal és jobb zsebben levő pénz különbségének a felét áttesszük a jobb oldali zsebbe, azaz $(375 - 265) : 2 = 110 : 2 = 55$ Ft-ot. Így a jobb zsebemben $265 + 55 = 320$ Ft, a bal zsebemben pedig $375 - 55 = 320$ Ft, tehát valóban mindkét zsebemben ugyanannyi pénz lesz.

M. 4.24. Készítsünk ábrát a feladathoz!



Az ábrából nagyon szépen látható, hogy Ádám jobb zsebében 2 golyóval van több, mint a bal zsebében.



Ebből az ábrából nagyon szépen látható, hogy a 2 golyó átrakása után Ádám jobb zsebében levő golyók számának a fele 6, így összesen 12 golyó van a zsebében, vagyis eredetileg itt 10 golyója volt. Ebből adódik, hogy a bal zsebében eredetileg 8 golyó volt.

Az előző részhez teljesen hasonlóan gondolkodva kapjuk, hogy Ágnes jobb zsebében 20-szal több golyó van, mint a bal zsebében. (Ádám megoldásának 1. ábráján az 1-eseket cseréljük ki 10-esekre.) Továbbá 1 golyó átrakása után Ágnes jobb zsebében levő golyók számának a fele 22, így összesen 44 golyó van a zsebében, vagyis eredetileg itt 43 golyója volt. Ebből adódik, hogy a bal zsebében eredetileg 23 golyó volt.

A feladat második részét írjuk fel nyitott mondattal is!

Ágnes bal zsebében levő golyók száma: $\square$.

Ágnes jobb zsebében levő golyók száma: $\square + 20$.

1 golyó átrakása után Ágnes bal zsebében levő golyók száma: $\square - 1$.

1 golyó átrakása után Ágnes jobb zsebében levő golyók száma: $\square + 21$.

A feladat feltételei szerint: $2 \cdot (\square - 1) = \square + 21$.

Ebből

$$2 \cdot \square - 2 = \square + 21$$

és így

$$2 \cdot \square = \square + 23$$

tehát

$$\square = 23.$$

Ágnes bal zsebében eredetileg 23, jobb zsebében pedig 43 golyó volt.

- M. 4.25. Mivel mindkét esetben a jobb oldalon ugyanaz a jel ($\blacksquare$) áll, így a baloldalon levő kifejezéseknek is meg kell egyezniük, ebből $\blacktriangle \cdot \blacktriangle = \blacktriangle + \blacktriangle$. A kifejezés bal oldalán egy szám önmagával vett szorzata áll, ami általában nagyobb, mintha a számot önmagával összeadjuk, így próbálgatással érdemes megkeresni a megoldást.

Kapjuk, hogy a megoldások: $\blacktriangle = 0$, ekkor $\blacksquare = 0$, illetve $\blacktriangle = 2$, ekkor pedig $\blacksquare = 4$.

- M. 4.26. Mivel a keresett számot mind a négy számból kivontuk, így ha összeadjuk a kivonás után kapott eredményeket: $50 + 110 + 220 + 340 = 720$ -at kapunk, ez a szám az 1200-nál (a négy szám eredeti összegénél) a keresett szám négyszeresével kisebb. Tehát az a szám, amit mind a négy számból kivontunk: $(1200 - 720) \div 4 = 120$.

- M. 4.27. A $2 \cdot \blacktriangle - 3 \cdot \blacksquare$ értéke akkor a legnagyobb, ha a $\blacktriangle$ értéke a lehető legnagyobb, a $\blacksquare$ értéke pedig a lehető legkisebb. A $\blacktriangle$ lehető legnagyobb értéke 1000, a $\blacksquare$ lehető legkisebb értéke pedig 200, így a $2 \cdot \blacktriangle - 3 \cdot \blacksquare$ legnagyobb értéke: $2 \cdot 1000 - 3 \cdot 200 = 1400$.

A $2 \cdot \blacktriangle - 3 \cdot \blacksquare$ értéke akkor a legkisebb, ha a $\blacktriangle$ értéke a lehető legkisebb, a $\blacksquare$ értéke pedig a lehető legnagyobb. A $\blacktriangle$ lehető legkisebb értéke 500, a $\blacksquare$ lehető legnagyobb értéke pedig 300, így a $2 \cdot \blacktriangle - 3 \cdot \blacksquare$ legkisebb értéke: $2 \cdot 500 - 3 \cdot 300 = 100$.

M. 4.28. Jelöljük a kisebb szám harmadát egy szakasszal!

A kisebb szám harmada: 

Így a kisebb szám: 

A kisebb összeg: 

Ebből a nagyobb összeg: 

Így a nagyobb szám: 

A rajzról leolvasható, hogy a nagyobb szám ötszöröse a kisebb számnak.

M. 4.29. Mivel a legnagyobb és a legkisebb szám különbsége 150, így a legnagyobb számot megkapjuk, ha a legkisebb számhoz 150-et adunk. Tudjuk azt is, hogy a három különböző pozitív egész szám összege 200, így keressük meg próbálgatással a középső számot!

Legyen a legkisebb szám 1, ekkor a legnagyobb szám 151, így a középső szám 48.

Legyen a legkisebb szám 2, ekkor a legnagyobb szám 152, így a középső szám 46.

Legyen a legkisebb szám 3, ekkor a legnagyobb szám 153, így a középső szám 44.

Folytatva az eljárást:

Legyen a legkisebb szám 14, ekkor a legnagyobb szám 164, így a középső szám 22.

Legyen a legkisebb szám 15, ekkor a legnagyobb szám 165, így a középső szám 20.

Legyen a legkisebb szám 16, ekkor a legnagyobb szám 166, így a középső szám 18.

A legkisebb szám értékét tovább növelni már nem lehet (hiszen akkor már nem ez lenne a legkisebb szám), így a középső szám legkisebb értéke 18.

Más megoldás:

Legkisebb szám	Középső szám	Legnagyobb szám	Összeg
a	b	$a + 150$	200
a	$a (< b)$	$a + 150$	< 200

A táblázat utolsó sora szerint $3 \cdot a < 200$, azaz $a < 66,6$. Ahhoz, hogy a középső szám a lehető legkisebb lehessen, a -t a lehető legnagyobbra kell választani, azaz ha $a = 66$, akkor $b = 18$.

M. 4.30. Megjegyzés: A megoldásokat minden esetben a természetes számok körében keressük.

a) $\square + 1 = \square \cdot 2 - 2$

Legyen például $\square = 1$, ekkor kapjuk, hogy $\square + 1 = 2$ és $\square \cdot 2 - 2 = 0$.

Legyen például $\square = 5$, ekkor kapjuk, hogy $\square + 1 = 6$ és $\square \cdot 2 - 2 = 8$.

Mivel $\square$ értéke 1 és 5 közé esik (hiszen az egyik próbálkozásnál a kifejezés bal oldala, a másik próbálkozásnál pedig a kifejezés jobb oldala volt a nagyobb), néhány további próbálkozás után adódik, hogy $\square = 3$.

b) $\square \cdot 2 + 20 = \square \cdot 3 - 30$

Legyen például $\square = 10$, ekkor kapjuk, hogy $\square \cdot 2 + 20 = 40$ és $\square \cdot 3 - 30 = 0$.

Legyen például $\square = 70$, ekkor kapjuk, hogy $\square \cdot 2 + 20 = 160$ és $\square \cdot 3 - 30 = 180$.

Mivel $\square$ értéke 10 és 70 közé esik (hiszen az egyik próbálkozásnál a kifejezés bal oldala, a másik próbálkozásnál pedig a kifejezés jobb oldala volt a nagyobb), néhány további próbálkozás után adódik, hogy $\square = 50$.

c) $\square \cdot 3 + 100 = \square \cdot 10 - 33$

Legyen például $\square = 10$, ekkor kapjuk, hogy $\square \cdot 3 + 100 = 130$ és $\square \cdot 10 - 33 = 67$.

Legyen például $\square = 40$, ekkor kapjuk, hogy $\square \cdot 3 + 100 = 220$ és $\square \cdot 10 - 33 = 367$.

Mivel $\square$ értéke 10 és 40 közé esik (hiszen az egyik próbálkozásnál a kifejezés bal oldala, a másik próbálkozásnál pedig a kifejezés jobb oldala volt a nagyobb), néhány további próbálkozás után adódik, hogy $\square = 19$.

d) $\square \cdot 2 = 20 - \square \cdot 2$

Legyen például $\square = 1$, ekkor kapjuk, hogy $\square \cdot 2 = 2$ és $20 - \square \cdot 2 = 18$.

Legyen például $\square = 9$, ekkor kapjuk, hogy $\square \cdot 2 = 18$ és $20 - \square \cdot 2 = 2$.

Mivel $\square$ értéke 1 és 9 közé esik (hiszen az egyik próbálkozásnál a kifejezés jobb oldala, a másik próbálkozásnál pedig a kifejezés bal oldala volt a nagyobb), néhány további próbálkozás után adódik, hogy $\square = 5$.

e) $\square + 1999 = 9199 - \square \cdot 8$

Legyen például $\square = 200$, ekkor kapjuk, hogy $\square + 1999 = 2199$ és $9199 - \square \cdot 8 = 7599$.

Legyen például $\square = 1000$, ekkor kapjuk, hogy $\square + 1999 = 2999$ és $9199 - \square \cdot 8 = 1199$.

Mivel $\square$ értéke 200 és 1000 közé esik (hiszen az egyik próbálkozásnál a kifejezés jobb oldala, a másik próbálkozásnál pedig a kifejezés bal oldala volt a nagyobb), néhány további próbálkozás után adódik, hogy $\square = 800$.

f) $\square : 3 = \square : 6 + 50$

Legyen például $\square = 30$, ekkor kapjuk, hogy $\square : 3 = 10$ és $\square : 6 + 50 = 55$.

Legyen például $\square = 450$, ekkor kapjuk, hogy $\square : 3 = 150$ és $\square : 6 + 50 = 125$.

Mivel $\square$ értéke 30 és 450 közé esik (hiszen az egyik próbálkozásnál a kifejezés jobb oldala, a másik próbálkozásnál pedig a kifejezés bal oldala volt a nagyobb), néhány további próbálkozás után adódik, hogy $\square = 300$.

5. fejezet

M. 5.1.

- A svéd versenyző eredménye volt a leggyengébb. → svéd: 6.
- A franciát csak ketten tudták megelőzni. → francia: 3.
- Hárman ugrották túl a 7 métert. → 1., 2., 3.
- A lengyel versenyző nem ugrott 7 méteren felül. → lengyel: 4. vagy 5.
- A magyar közvetlenül a lengyel mögött végzett. → magyar: 5., lengyel 4.
- Az orosz nagyobbbat ugrott, mint a német. → orosz 1., német 2.

M. 5.2.



Nem igaz, hogy Kormi a legfiatalabb.	–			Nem Kormi
Egyik cica sem idősebb Bolyhosnál.	Bolyhos	Nem Bolyhos	Nem Bolyhos	Nem Bolyhos
Kormi később született, mint Cirmi.	–	Cirmi	Kormi	Füsti
Cirmi idősebb, mint Füsti.	–			

Az, hogy Cirmi idősebb, mint Füsti, következik a másik 3 állításból.

M. 5.3. A táblázatban jelöltük az állítások javasolt sorrendjét.



Az utolsó sátor Andreáé.	–	–	–	–	Andrea
Andrea és Dóri sátra nem szomszédos egymással.				Nem Dóri	–
Éva sátrát Dóri sátrának bal oldali szomszédjaként látod az ábrán.		Éva	Dóri		–
Bea és Éva sátra egymás mellett áll.	Bea			Cili	–

M. 5.4. Szöveggel:

Mivel az 1-es és 2-es gomb sonkát és zsemlet ad, az 1-es, 3-as és 4-es gomb pedig narancsot, süteményt és zsemlet, ebből következik, hogy az 1-es gomb adja a zsemlet, a 2-es pedig a sonkát. Mivel a 4-es és 5-ös gomb süteményt és fagylaltot ad, így a 4-es gomb adja a süteményt, az 5-ös a fagylaltot, ebből pedig következik, hogy a 3-as gomb narancsot ad. Így a 3-as és az 5-ös gomb megnyomásával narancsot és fagylaltot kapunk.

Táblázattal:

	1.	2.	3.	4.	5.	
	zsemle	sonka				
Megnyomtam az automata 1-es és 2-es gombját	x	x				sonka, zsemle
Megnyomtam az 1-es, a 3-as és a 4-es gombját	x		x	x		narancs, sütemény, zsemle
	1.	2.	3.	4.	5.	
				sütemény		
Megnyomtam az 1-es, a 3-as és a 4-es gombját	x		x	x		narancs, sütemény, zsemle
A 4-es és 5-ös gombját nyomtam meg				x	x	sütemény, fagylalt
	1.	2.	3.	4.	5.	
			narancs		fagylalt	

M. 5.5. Szöveggel:

Figyelembe véve az 1. és a 3. mondatot kapjuk, hogy a piros gomb felülről a második, a sárga gomb pedig a legfelső. A 2. és a 3. mondat alapján pedig kapjuk, hogy a legalsó gomb a zöld, fölötte pedig a kék gomb helyezkedik el. Így a gombok színe felülről lefelé: sárga, piros, fehér, kék, zöld.

Táblázattal:

	A két felső gomb közül az egyik piros, a másik sárga. A két alsó gomb közül az egyik zöld, a másik kék.	A három középső gomb közül valamelyik fehér, valamelyik kék és valamelyik piros.
1.	P, S	S
2.		P
3.		F
4.	Z, K	K
5.		Z

M. 5.6. Az 1. és 2. mondat alapján a hét első napja a csütörtök, az utolsó pedig a péntek. A 3. mondat alapján a hét második napja a szerda, az utolsó előtti nap pedig a hétfő. A 4. és 5. mondat miatt a királyi hét napjai sorrendben: csütörtök, szerda, vasárnap, kedd, szombat, hétfő, péntek.

M. 5.7. Szöveggel:

A negyedik tipp miatt a gondolt számban a 4, 5, 8 és 7 számjegyek egyike sem szerepelhet. Így a harmadik tipp alapján a gondolt számban szerepel a 2-es és a 3-as számjegy, a 2-es a százaz, a 3-as a tízes helyi értéken. A második tipp alapján az 1-es számjegy is szerepel a gondolt számban, de nem állhat az egyes helyi értéken, így az 1-es csak az ezres helyi értéken állhat. Az első tipp miatt a négyjegyű számban szerepel még a 6-os számjegy, és ez csak az egyes helyi értéken állhat. Tádé tehát az 1236-ra gondolt.

Táblázattal:

4. tipp	4	5	8	7	
3. tipp	4	2	3	7	_23_
2. tipp	8	7	2	1	123_
1. tipp	7	6	5	2	1236

M. 5.8. Mivel Bambu nem egyszínű, így ő a foltos kutya. Mivel Tappancs kedveli a húst, így ő barna színű, hiszen a fehér kutya a kutyaropit szereti. Így a fehér kutya neve csak Bundi lehet, Bambu kedvenc étele pedig a csirkecsont.

M. 5.9. András alatt hárman laknak, ezért ő lakik legfölül, azaz a 4. emeleten. Az úszó nem András, nem Dávid és nem Csaba, így csak Gábor lehet. Az úszó Dávid és a tollaslabdázó között lakik, azaz a 2. emeleten. Így Dávid a kosárlabdázó, és a 3. emeleten lakik. Végül marad Csaba a tollaslabdázó, aki az 1. emeleten lakik. Tehát András csak a kajakos lehet.

M. 5.10. Leventénél csak Balázs ért el több pontot, ezért Balázs érte el a legtöbb pontot, Levente pedig a második legtöbbet. Azaz Balázs 100 pontot szerzett. Dávid nem dobott többet, mint Kristóf, aki ugyanannyi pontot szerzett, mint Tamás, így Dávid szerezte a legkevesebb pontot, azaz 35-öt. Tamás így 15-tel több pontot szerzett, mint Dávid, azaz $35 + 15 = 50$ pontot. Kristóf ugyanannyi pontot szerzett, mint Tamás: 50 pontot. Így Levente $300 - (100 + 35 + 50 + 50) = 65$ pontot szerzett, amivel valóban a második.

M. 5.11. Ábrázoljuk táblázatban a feladat megoldását! Jelöljük – jellel azokat az eseteket, amelyek nem fordulhatnak elő, és + jellel a lehetséges eseteket.

Mivel egyik tündér sem lakik a nevével megegyező színű virágban, így:

	Fehér	Piros	Sárga	Kék
fehér liliom	–			
piros rózsza		–		
sárga napraforgó			–	
kék harangvirág				–

Tudjuk továbbá, hogy Fehér nem a piros rózsában, Piros nem a sárga napraforgóban, Sárga nem a kék harangvirágban, Kék nem a fehér liliomban és nem a piros rózsában lakik, így kapjuk, hogy:

	Fehér	Piros	Sárga	Kék
fehér liliom	–			–
piros rózsza	–	–		–
sárga napraforgó		–	–	
kék harangvirág			–	–

Emiatt adódik az utolsó oszlop (illetve ebből az utolsó előtti sor) kitöltése:

	Fehér	Piros	Sárga	Kék
fehér liliom	–			–
piros rózsza	–	–		–
sárga napraforgó	–	–	–	+
kék harangvirág			–	–

Innen pedig a teljesen kitöltött táblázat:

	Fehér	Piros	Sárga	Kék
fehér liliom	–	+	–	–
piros rózsza	–	–	+	–
sárga napraforgó	–	–	–	+
kék harangvirág	+	–	–	–

Tehát Sárga tündér a piros rózsában lakik.

M. 5.12.

- (1) Tegyük fel, hogy Momó első állítása igaz, a másik kettő hamis. Ekkor az 1. és 2. mondat alapján Momó zsebében fehér és fekete golyó is van. Mivel azonban a 3. mondat hamis, így Momó zsebében vagy fekete vagy fehér golyó nincs, így ez az eset nem lehetséges.
- (2) Tegyük fel, hogy a 2. állítás igaz, a másik kettő hamis. Ekkor az 1. és 2. mondat alapján Momó zsebében sem fekete, sem fehér golyó nincs. Ekkor teljesül az is, hogy a 3. állítás hamis, így ez az eset lehetséges.
- (3) Tegyük fel, hogy a 3. állítás igaz, a másik kettő hamis. Ekkor az 1. és 2. mondat alapján Momó zsebében nincs fehér golyó, fekete viszont van. Mivel azonban a 3. mondat igaz, így Momó zsebében fehér és fekete golyónak is kellene lennie, így ez az eset nem lehetséges.

M. 5.13. Vegyük észre, hogy a 10 állítás között vannak azonos tartalmúak, így azok igazságértéke megegyezik.

Induljunk ki például Bruminak abból az állításából, hogy „Morci a lekvárt szereti.” Ebből következik, hogy Egérke a tejet szereti. Viszont így Cirmi egyik állítása sem lehet igaz.

Induljunk ki tehát most már Bruminak abból az állításából, hogy „Én a tejet szeretem.” Ebből következik, hogy Egérke a sajtot, Morci pedig a mézet szereti. Innen kapjuk, hogy Tappancs a húst szereti. Végül adódik, hogy Cirmi csak a lekvárt szeretheti.

M. 5.14.

- Mindegyik kicsi lap sima. → Igaz.
- Van olyan lap, amelyik nem kicsi. → Igaz (van nagy lap).
- Egyetlen háromszög alakú lap sem nagy. → Igaz (az egyetlen háromszög kicsi).
- Van olyan nem lyukas lap, amelyik háromszög. → Igaz (van teli háromszög).
- Van olyan lap, amelyik nem kicsi és nem négyzet. → Igaz (van egy nagy kör).

Tehát mind az 5 állítás igaz az ábrán látható logikai lapokra.

M. 5.15.

- Ha Kati mama megsüt egyfajta rétest, akkor azt unokái szeretik. → Igaz.
- Ha Emese és Virág szeretnek valamilyen rétest, akkor azt Kati mama megsüti. → Nem igaz.
- Ha Emese és Virág nem szeretnek valamilyen rétest, akkor azt Kati mama nem is süti meg. → Igaz.
- Ha Kati mama nem süti meg valamilyen rétest, akkor azt Emese és Virág nem is szereti. → Nem igaz.

M.5.16.

- Egyik sem mogyorós csokoládé. → Nem biztosan igaz: lehet, hogy maradt mogyorós csokoládé.
- Van közöttük mogyorós csokoládé. → Nem biztosan igaz: lehet, hogy elfogyott az összes mogyorós.
- Legalább háromfajta csokoládéból maradt. → Biztosan igaz.
- Mind a négyfajta csokoládéból maradt. → Nem biztosan igaz, elfogyhatott például az összes epres (vagy málnás, vagy mogyorós).
- Van közöttük rizses csokoládé. → Biztosan igaz.

M. 5.17. Mivel Balázs és Dani haja különböző színű, illetve Dani és Emil hajának színe sem egyforma, ebből kapjuk, hogy Balázs és Emil haja egyforma színű (hiszen csak kétféle hajszín van). Továbbá, mivel András és Balázs hajszíne ugyanolyan, ez csak úgy lehet, ha András, Balázs és Emil barna hajú és így Csaba és Dani szőkék.

M. 5.18. A feltételek szerint a 9 szemüveges gyerek közül 2 lány, így 7 szemüveges fiú van, amiből adódik, hogy 7 fiú nem szemüveges. Ebből adódik, hogy az osztálylétszám: 15 (lány) + 14 (fiú) = 29.

Táblázatba írva az információkat:

	Szemüveges	Nem szemüveges
Lány	2	13
Fiú	7	7

Összes gyerek: $2 + 13 + 7 + 7 = 29$.

M. 5.19. A feltételek szerint $35 - 7 = 28$ olyan gyerek jár az osztályba, aki lány vagy szemüveges. Mivel az osztályba járó gyerekek közül 25 lány, 12 pedig szemüveges, ez csak úgy lehetséges, ha $25 + 12 - 28 = 9$ olyan lány jár az osztályba, aki szemüveges is. Tehát 9 szemüveges lány jár az osztályba.

Táblázatba írva az információkat:

	Szemüveges	Nem szemüveges	Összes
Lány			25
Fiú		7	
Összes	12		35

A hiányzó sorok a meglévő adatokból kitölthetők:

	Szemüveges	Nem szemüveges	Összes
Lány	9	16	25
Fiú	3	7	$35 - 25 = 10$
Összes	12	$35 - 12 = 23$	35

9 szemüveges lány jár az osztályba.

M. 5.20. A feltételek szerint a 4 regény közül 3 nem francia nyelvű, így csak 1 regény francia nyelvű. Mivel a 12 könyv közül 7 nem francia nyelvű, így 5 könyv francia nyelvű, amelyek közül az előzőek alapján 1 regény. Tehát 4 olyan könyv van az asztalon, amelyik francia nyelvű, de nem regény.

Táblázatba írva az információkat:

	Regény	Nem regény
Francia	$4 - 3 = 1$	
Nem francia	3	$7 - 3 = 4$

$12 - (1 + 3 + 4) = 4$ könyv francia nyelvű, de nem regény.

M. 5.21.

- Az osztály lehetséges legnagyobb létszámát úgy kapjuk meg, ha feltételezzük, hogy nem volt olyan tanuló, aki mindkét versenyen részt vett. Így a lehető legtöbb tanuló: $14 + 18 + 4 = 36$.
- A lehetséges legkisebb létszámot úgy kapjuk meg, ha feltételezzük, hogy a matematika verseny összes résztvevője a helyesírási versenyen is részt vett. Így a lehető legkevesebb tanuló: $18 + 4 = 22$.
- Mivel 8 tanuló mindkét versenyen részt vett, így csak matematika versenyen $14 - 8 = 6$, csak helyesírási versenyen $18 - 8 = 10$ tanuló vett részt. Így az osztályba $6 + 10 + 8 + 4 = 28$ tanuló jár.

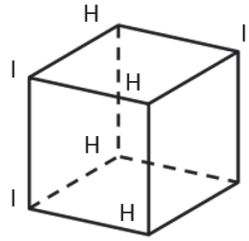
M. 5.22.

- Laci 10 kérdésre, Peti 11 kérdésre adott jó választ.
- Mivel 6 kérdésre mindketten jól válaszoltak, így csak Laci 4 kérdésre, csak Peti 5 kérdésre tudta a választ. Tehát 9 kérdésre tudta csak az egyik fiú a választ. Ebből adódik, hogy $9 + 6 = 15$ kérdésre tudta legalább az egyikük a választ. Mivel összesen 21 kérdés volt, így $21 - 15 = 6$ kérdésre nem tudta egyikük sem a választ.

M. 5.23. A 2. sor 2. négyzetébe olyan szám kerülhet, ami a 3-nak és a 12-nek is osztója. Mivel a táblázatba nem kerülhet 4-nél nagyobb szám, a 2. sor 2. négyzetébe csak a 3 kerülhet. Így az 1. sor 2. négyzetébe 1-et, a 2. sor 1. négyzetébe 4-et kell írni. Hasonlóan a 2. sor 4. négyzetébe az 1, az 1. sor 4. négyzetébe a 3, a 3. sor 4. négyzetébe a 2 kerül. Ezután a 4. sor 2. négyzetébe csak 2 kerülhet, mert a 2. oszlopban már van 2-es. Így a 4. sor 3. négyzetébe 3-at írunk. A 2. és a 4. oszlopba beírjuk az egyetlen hiányzó számot a 4-et. Így a 4. sorból az 1 hiányzik. Felhasználva, hogy egy sorban és egy oszlopban sem lehet ugyanaz a szám kétszer, az 1. sor 1. négyzetében csak 2 lehet, így a 3. négyzetben csak 4. Ezután az 1. oszlopból csak a 3 hiányzik, a 2. sorból a 2, a 3. sorból az 1. Valóban minden oszlopban és minden sorban mind a négy különböző szám pontosan egyszer fordul elő.

2	1	4	3
4	3	2	3
3	4	1	2
1	2	6	4

M. 5.24. Az igazmondó törpének egy igazmondó és két hazudós szomszédja van. Így két igazmondó törpét összeköt egy él, és ezek szomszédjai mind a négyen hazugok. Ezután már legfeljebb 2 igazmondó törpe lehet. Tehát összesen legfeljebb 4 igazmondó törpe lehet az ábrán látható csúcsokban:



M. 5.25. Az első oszlopban a 3-as csak a 2. sorban lehet. A második oszlopban az 1. sorban nem lehet 3-as (az oszlop fölé írt 2-es miatt), középen sem, mert a második sorban már van egy 3-as, így 3-as csak a 3. sorban lehet. Így a harmadik 3-as a harmadik oszlop 1. sorában helyezkedik el. A középső oszlop 1. sorában csak 2-es állhat, mert ha 1-es állna, akkor felülről 3 torony látszana ebben az oszlopban. Innen már a többi torony helye a feladat feltételeinek megfelelően adódik.

	2	2	
	↓	↓	
	1	2	3
	3	1	2
2 →	2	3	1

6. fejezet

M. 6.1. A sünök a következő sorrendben mehetnek:

- sün papa, S, T, G, sün mama;
- sün papa, S, G, T, sün mama;
- sün papa, T, S, G, sün mama;
- sün papa, T, G, S, sün mama;
- sün papa, G, S, T, sün mama;
- sün papa, G, T, S, sün mama.

M. 6.2. A feltételekből azonnal következik, hogy minden esetben a rózsa után a muskátlinak kell következnie, ezért kössük össze ezeket zárójelbe téve. A másik két virág sorrendje szabadon változtatható.

Így a lehetséges sorrendek:

- (rózsa, muskátli), tulipán, viola;
- (rózsa, muskátli), viola, tulipán;
- tulipán, (rózsa, muskátli), viola;
- viola, (rózsa, muskátli), tulipán;
- tulipán, viola, (rózsa, muskátli);
- viola, tulipán, (rózsa, muskátli).

M. 6.3. A számjegyek tulajdonságai: páratlan-páros-páratlan, vagy páros-páratlan-páros.

A feltételeknek megfelelő számok növekvő sorrendben: 305, 345, 430, 450, 503, 543.

M. 6.4. A gyerekek nem szerinti sorrendje: fiú-lány-fiú-lány, vagy lány-fiú-lány-fiú.

Mivel Kati és Peti egymás mellett állnak, így sorrendjük kétféle lehet: Kati, Peti vagy Peti, Kati.

Kapcsoljuk össze a gyerekeket pl. zárójellel!

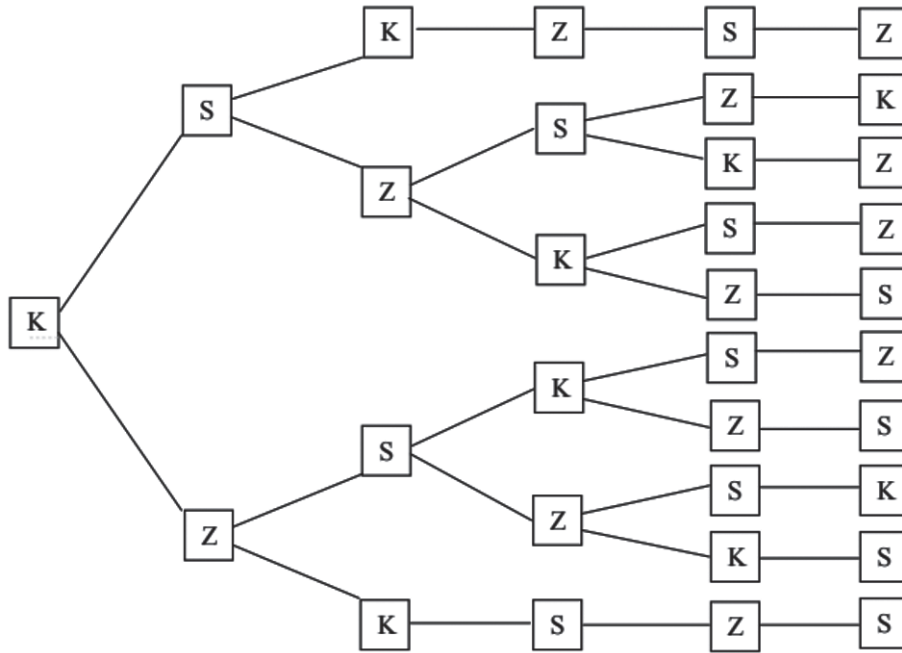
(Kati, Peti) esetben a tornasorban állók sorrendje:

- (Kati, Peti), Nóri, Gergő;
- Gergő, (Kati, Peti), Nóri;
- Nóri, Gergő, (Kati, Peti).

(Peti, Kati) esetben a tornasorban állók sorrendje:

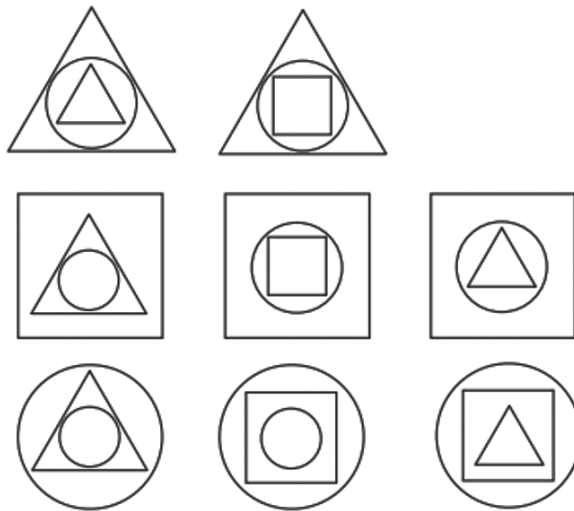
- (Peti, Kati), Gergő, Nóri;
- Nóri, (Peti, Kati), Gergő;
- Gergő, Nóri, (Peti, Kati).

M. 6.5. A tényérok sorrendjét felülről lefelé az ágrajz mutatja.



A tányérokat 10-féle sorrendben lehet egymásra rakni, így Gabi 10 napig rakhatja úgy a tányérokat, hogy minden nap különböző sorrendben legyenek.

M. 6.6. A lehetséges sütemények:



M. 6.7. Rövidítsük a zászlókon látható jeleket betűkkel: kör (k), csillag (c), téglalap (t).

a) Mindhárom zászló felhasználása esetén az alábbi 6 sorrend lehetséges:

k	k	c	c	t	t
c	t	k	t	c	k
t	c	t	k	k	c

b) Két zászló felhasználása esetén az alábbi 6 sorrend lehetséges:

k	k	c	c	t	t
c	t	k	t	c	k

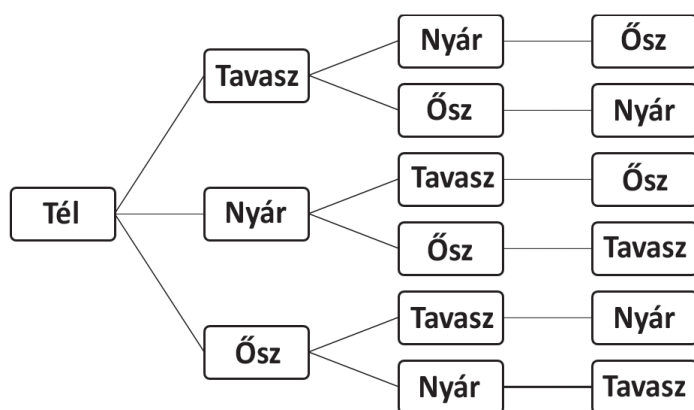
Így két vagy három zászló felhasználása esetén (az a) rész miatt) $6 + 6 = 12$ -féle sorrend lehetséges.

- c) Legfeljebb 2 zászló felhasználása 1 vagy 2 zászló felhasználását jelenti. Törpilla egy zászlót háromféleképpen választhat ki (k, c vagy t), két zászlónak pedig (a b) rész miatt) hatféle sorrendje van, így legfeljebb 2 zászlónak $3 + 6 = 9$ -féle sorrendje lehetséges.

M. 6.8. A lehetséges útvonalak az egyes esetekben:

- Micimackó-Füles-Róbert Gida;
Micimackó-Nyuszi-Róbert Gida.
- Micimackó-Füles-Malacka-Róbert Gida;
Micimackó-Füles-Kanga-Róbert Gida;
Micimackó-Nyuszi-Füles-Róbert Gida;
Micimackó-Nyuszi-Kanga-Róbert Gida.
- Micimackó-Nyuszi-Füles-Malacka-Róbert Gida;
Micimackó-Nyuszi-Füles-Kanga-Róbert Gida.
- Nem lehetséges.

M. 6.9. Az évszakok kimondásának sorrendjét az alábbi ágrajzon szemléltetjük abban az esetben, amikor a Tél a kezdő évszak. Az ábrából azonnal látható, hogy ebben az esetben 6-féle sorrendben mondhatjuk ki az évszakok nevét.



Hasonló ágrajzot lehet készíteni akkor is, amikor a Tavasz, a Nyár vagy az Ősz kerül az első helyre. Így összesen $6 \cdot 4 = 24$ -féle sorrendben mondhatjuk ki az évszakok nevét.

- Helyes sorrendek: Tél-Tavaszi-Nyár-Ősz; Tavasz-Nyár-Ősz-Tél; Nyár-Ősz-Tél-Tavaszi; Ősz-Tél-Tavaszi-Nyár.
- Mivel 24-féle sorrendben mondhatjuk ki az évszakok nevét és 4-féle helyes sorrend van, így $24 - 4 = 20$ -féle sorrendben mondhatjuk ki helytelenül az évszakok nevét.
- A megoldás során csak azokat az eseteket tekintjük különbözőeknek, amelyek forgatással nem vihetők egymásba. Az ábrán mindegyik szín egy-egy évszakot jelöl: Tél-kék; Tavasz-zöld; Nyár-piros; Ősz-sárga.

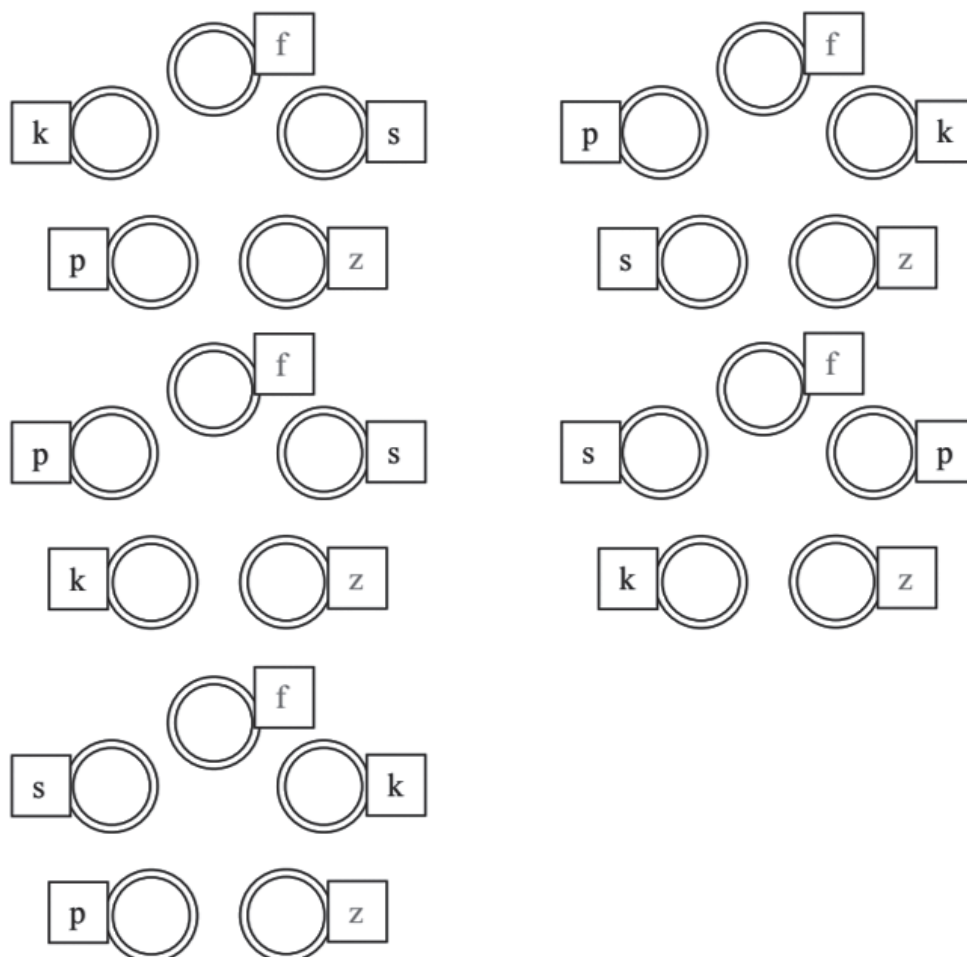
A feltételeknek csak egyetlen jó sorrend felel meg:



A feltételeknek 5 rossz sorrend felel meg:



M. 6.10. A lehetséges megoldásokat az alábbi ábra mutatja.



M. 6.11.

a) Az ételek nevének kezdőbetűjét használva az alábbi táblázatban látható az összes lehetőség.

leves	H	H	H	H	GY	GY	GY	GY
főétel	S	S	P	P	S	S	P	P
desszert	F	T	F	T	F	T	F	T

b) Az a) részben kapott táblázatból látható, hogy 8 különböző összeállítást lehet rendelni, így a családban legfeljebb nyolcan lehetnek.

M. 6.12. Jelöljük az 5 embert A, B, C, D, E betűkkel.

Két embert – a kiválasztott emberek sorrendje nyilván nem számít – az öt fős csapatból a következőképpen választhatunk ki:

AB

AC BC

AD BD CD

AE BE CE DE

Három embert pedig az öt fős csapatból a következőképpen választhatunk ki:

ABC

ABD ACD BCD

ABE ACE ADE BCE BDE CDE

Tehát mindkét esetben 10 a lehetőségek száma, ami nem meglepő, hiszen ha két embert kiválasztunk az öt fős csapatból, akkor ezáltal azonnal kiválasztjuk a maradék három embert is.

Más megoldás: A táblázat mutatja a kiválasztható csapattagokat. Két fő választása esetén x-szel jelöltük a kiválasztottakat. Három fő választása esetén x-szel azokat jelöltük, akiket nem választunk.

	A	B	C	D	E
A		x	x	x	x
B			x	x	x
C				x	x
D					x
E					

M. 6.13. Nyilván elegendő létrehoznunk pl. a háromszálas virágcsokrokat, hiszen ha ezek elkészültek, akkor a négyszálas csokroknak már a maradék virágokból kell állniuk.

A háromszálas csokrok:

MMM

MMF

MMJ

MJJ

MFJ

FJJ

M. 6.14. A lehetséges dobások az alábbi táblázatban láthatók:

piros	3	3	2	2	1	1	4	1	1	2
kék	2	1	3	1	2	3	1	4	1	2
sárga	1	2	1	3	3	2	1	1	4	2

M. 6.15. Nézzük meg, ki kivel lehet párban! Dorkánál csak Péter magasabb, így ő csak vele alkothat párt. Anna és Blanka minden fiúnál alacsonyabb, így bármelyikkel lehet párban. Kincső magasabb Zoltánnál, így csak Gáborral vagy Mátéval lehet párban, mivel Péter már Dorka párja. Ha Kincső Gáborral van egy párban, akkor Blanka Mátéval vagy Zoltánnal, Annának pedig marad a másik. Hasonlóan, ha Kincső Mátéval van egy párban, akkor Blanka Gáborral vagy Zoltánnal, Annának marad a másik.

Tehát a lehetséges párosítások:

Dorka – Péter, Kincső – Gábor, Blanka – Máté, Anna – Zoltán;

Dorka – Péter, Kincső – Gábor, Blanka – Zoltán, Anna – Máté;

Dorka – Péter, Kincső – Máté, Blanka – Gábor, Anna – Zoltán;

Dorka – Péter, Kincső – Máté, Blanka – Zoltán, Anna – Gábor.

M. 6.16.

a) Amikor a fagyit kehelybe kérjük, akkor a gombócok sorrendje nem számít.

A kétgombócos fagyik (a fagyikat a kezdőbetűjükkel jelöljük):

cs-v

cs-e v-e

cs-c v-c e-c

A háromgombócos fagyik:

cs-v-e

cs-v-c

cs-e-c

v-e-c

Ez összesen $6 + 4 = 10$ lehetőség.

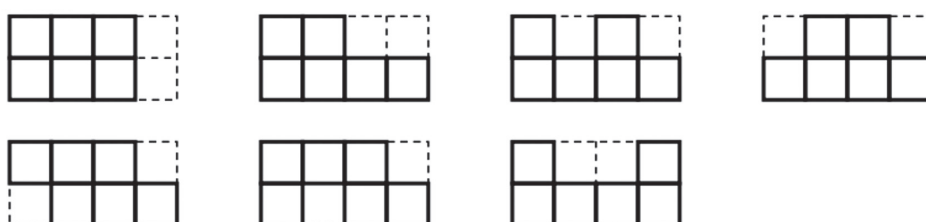
b) Amikor a fagyit tölcsérbe kérjük, akkor már számít a gombócok sorrendje.

A kétgombócos fagyik esetében minden lehetőség kétféle lehet: pl. csoki-vanília és vanília-csoki, így ez összesen $6 \cdot 2 = 12$ lehetőség.

A háromgombócos fagyik esetében minden lehetőség hatféle lehet: pl. a csoki-vanília-eper fagyik: cs-v-e, cs-e-v, v-cs-e, v-e-cs, e-cs-v, e-v-cs, így ez összesen $4 \cdot 6 = 24$ lehetőség.

Ez összesen $12 + 24 = 36$ lehetőség.

M. 6.17. A lehetséges megoldások az alábbi ábrán láthatók:



M. 6.18. Két eset lehet aszerint, hogy középen narancsos vagy csokis muffin van.

1. eset: Középen narancsos muffin van. Ekkor körben 1 narancsos és 5 csokis van, de mivel a tálca körbe forgatható, így az egy narancsos muffin akárhol lehet, az ugyanaz az eset. Tehát ez 1 lehetőség.
2. eset: Középen csokis muffin van. Ekkor körben 2 narancsos és 4 csokis muffin van. A 2 narancsos közötti csokis muffinok száma szerint rendszerezve a lehetőségeket: lehet 0; 1 vagy 2 csokis muffin a két narancsos között. Ha már 3 van köztük, akkor a másik oldalon 2 van, a körbe forgathatóság miatt ezt a lehetőséget már számba vettük. Tehát ez 3 lehetőség. Összesen a két esetben $1 + 3 = 4$ lehetőség van.

M. 6.19. A lehetséges megoldások az alábbi táblázatban láthatók:

200 Ft	100 Ft	50 Ft
2	1	
2		2
1	3	
1	2	2
	5	
	4	2

M. 6.20. A lehetséges megoldások az alábbi táblázatban láthatók:

100 Ft	50 Ft	20 Ft	10 Ft	5 Ft
1			3	2
1		1		4
	2		4	
	2	1	1	2
	1	4	1	

7. fejezet

M. 7.1. A tolltartó hossza 235 **mm**, szélessége majdnem 1 **dm**, magassága 4 **cm**. Az íróasztal hossza 15 **dm**, magassága 80 **cm**.

M. 7.2. Váltuk át a zsinórok hosszát centiméterbe!

$500\text{ m} = 50\,000\text{ cm}$; $50\text{ dm} = 500\text{ cm}$; $5\text{ m } 5\text{ cm} = 505\text{ cm}$; $5\text{ dm } 50\text{ cm} = 100\text{ cm}$.

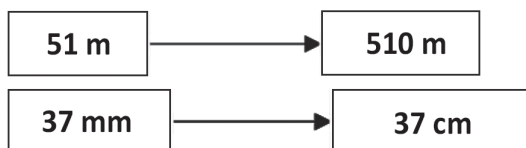
- a) Nincsenek egyenlő hosszú zsinórok.
- b) Az 5 dm 50 cm-es zsinór a legrövidebb.
- c) Az 500 m-es zsinór fél kilométer hosszú.
- d) Az 50 dm és az 5 m 5 cm között van fél deciméter különbség.

M. 7.3.

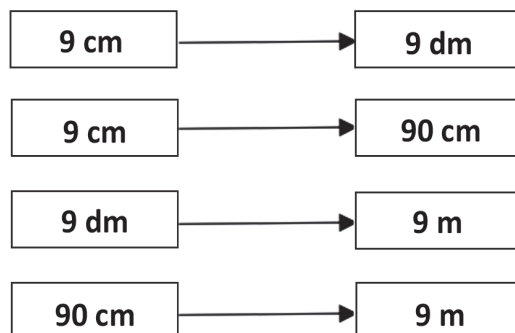
- a) Kati arasza a legkisebb.
- b) Kati arasza: $210\text{ cm} : 21 = 10\text{ cm}$; Laci arasza: $210\text{ cm} : 15 = 14\text{ cm}$.
- c) A tábla magassága: $15\text{ cm} \cdot 8 = 120\text{ cm}$.

M. 7.4.

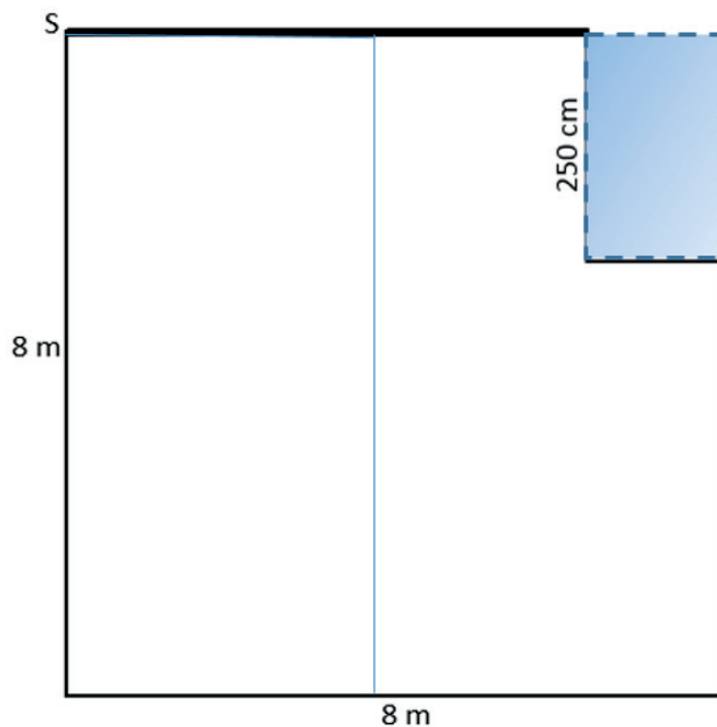
a)



b) A lehetséges párok:



M. 7.5. A rajzon látható terület nagyságát megkapjuk, ha a $8\text{ m} = 800\text{ cm}$ oldalhosszúságú négyzet területéből kivonjuk a jobb felső sarokból hiányzó téglalap területét.



A négyzet területe: $800\text{ cm} \cdot 800\text{ cm} = 640\,000\text{ cm}^2$; a hiányzó téglalap területe: $160\text{ cm} \cdot 250\text{ cm} = 40\,000\text{ cm}^2$, így az alakzat területe: $600\,000\text{ cm}^2$. Ennek a fele $300\,000\text{ cm}^2$, így keressük azt a téglalapot, amelynek ekkora a területe és $8\text{ m} = 800\text{ cm}$ az egyik oldalának hossza. Ebből a téglalap másik oldalának hossza $300\,000\text{ cm}^2 : 800\text{ cm} = 375\text{ cm}$. Az S ponttól mérve tehát 375 cm -re húzzuk meg a vastag vonalra merőleges vonalat.

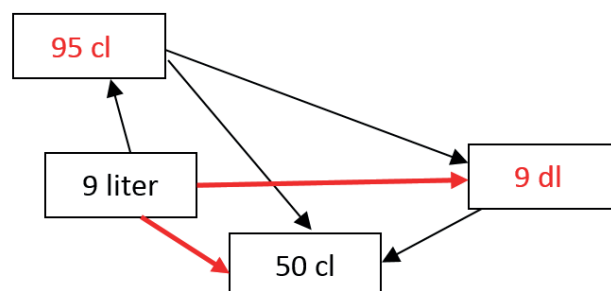
M. 7.6.

- Pisti: $(3 + 5 + 1,5 + 1,5)\text{ dl} = 11\text{ dl}$; Kati: $(2 + 1,5 \cdot 4 + 1,5 \cdot 2 + 3)\text{ dl} = 14\text{ dl}$.
- Pistinek 4 decilitert, Katinak 1 decilitert.
- $15 \div 2 = 7,5$. Mivel a folyadéktöltés száma csak egész szám lehet, legkevesebb 8-szor kell Zolinak folyadékot inni.

M. 7.7. Mivel 1 perc alatt 6 liter víz folyik ki a csapból, így 15 perc alatt $6 \cdot 15 = 90$ liter. Tudjuk, hogy $1\text{ hl} = 100$ liter, így a kádban nincs 1 hl -nyi víz.

M. 7.8.

a) és b)



- $50\text{ cl} < 9\text{ dl} < 95\text{ cl} < 9\text{ liter}$.

M. 7.9.

- a) Szénsavas: $1,5 \text{ l} \cdot 6 = 9 \text{ liter}$ víz van egy kartonban;
szénsavmentes: $2,5 \text{ l} \cdot 4 = 10 \text{ liter}$ víz van egy kartonban.
b) $9 \text{ liter} \cdot 20 + 10 \text{ liter} \cdot 15 = 330 \text{ liter}$ víz van a teherautón.
c) 180 liter szénsavas víz: 1 egész hektoliter; 150 liter szénsavmentes víz: 1 egész hektoliter, így összesen 2 karton ajándék üdítőital jár.

M. 7.10.

a)

3 deciliteres üvegek száma	0	5	10
félliteres üvegek száma	8	5	2

- b) $3 \text{ dl} \cdot 10 + 5 \text{ dl} \cdot 10 = 80 \text{ dl} = 8 \text{ liter}$.
c) Mivel 3 dl ára 300 Ft, így 1 dl ára 100 Ft. Ebből adódik, hogy 1 liter = 10 dl szörp ára $100 \text{ Ft} \cdot 10 = 1000 \text{ Ft}$.

M. 7.11. Tudjuk, hogy 5 dl szörp ára 480 Ft. A felhasználási javaslat alapján 1 dl szörphöz 7 dl vizet kell tenni, így 5 dl szörphöz 35 dl vizet kell tenni, tehát $5 \text{ dl} + 35 \text{ dl} = 40 \text{ dl}$ hígított szörp ára 480 Ft. Ebből kapjuk, hogy 1 dl hígított szörp ára: $480 \text{ Ft} \div 40 = 12 \text{ Ft}$, amiből adódik, hogy 3 dl hígított szörp ára: 36 Ft.

M. 7.12.

- a) Ha az első három hordóban levő vizet egy hordóba öntenénk, akkor a feltételek alapján $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ -ad része lesz tele a hordónak, így a negyedik hordó $\frac{1}{8}$ -ad részét töltötték meg vízzel.
b) Mivel a negyedik hordóban 15 dl víz van és ez a hordó $\frac{1}{8}$ -ad része, így egy hordóba $15 \text{ dl} \cdot 8 = 120 \text{ dl} = 12 \text{ liter}$ víz fér.
c) Az első hordóban 6 liter, a második hordóban 3 liter, a harmadik hordóban pedig másfél liter víz van.

M. 7.13. Váltunk át minden tömeget dekagrammba!

- a) $50 \text{ dkg} + 200 \text{ dkg} + 30 \text{ dkg} + 150 \text{ dkg} + 25 \text{ dkg} = 455 \text{ dkg}$;
b) $350 \text{ dkg} + 60 \text{ dkg} + 40 \text{ dkg} + 150 \text{ dkg} = 600 \text{ dkg}$;
c) $135 \text{ dkg} + 75 \text{ dkg} + 120 \text{ dkg} + 50 \text{ dkg} = 380 \text{ dkg}$;
d) $345 \text{ dkg} + 150 \text{ dkg} = 495 \text{ dkg}$.

Tehát a b) szatyorban van több, mint 5 kiló áru.

M. 7.14.

1 tonna = 1000 kg, így negyed tonna = 250 kg, amiből 2 negyed tonna = 500 kg.

M. 7.15. Tudjuk, hogy Niki 7 dekagrammot evett, feleannyit, mint Gyuszi, így Gyuszi 14 dekagrammot evett. Ketten együtt 21 dekagrammot ettek, így a doboz tömege $25 \text{ dkg} - 21 \text{ dkg} = 4 \text{ dkg} = 40 \text{ gramm}$.

M. 7.16.

- a) A mérleg mindkét serpenyőjéből vegyünk le két zacskó pirospaprikát. A mérleg így továbbra is egyensúlyban marad és kapjuk, hogy a $14 \text{ dkg} = 140 \text{ g}$ -os súly tömege megegyezik a 30 g -os súly és két zacskó pirospaprika együttes tömegével. Ebből kapjuk, hogy a két zacskó pirospaprika tömege 110 g , így egy zacskó pirospaprika tömege 55 g .
- b) Így egy serpenyőben (pl. a jobboldalival számolva) $55 \cdot 2 + 140 = 250 \text{ g} = 25 \text{ dkg}$ tömeg van.

M. 7.17.

- a) $70 \text{ kg} - 8 \text{ kg} = 62 \text{ kg}$.
- b) Mivel az első kosárban 8 kg alma van, így a második és harmadik kosárban összesen: $62 \text{ kg} - 8 \text{ kg} = 54 \text{ kg}$ alma van. Ezt három részre kell osztanunk, mivel tudjuk, hogy a második kosárban kétszer annyi alma van, mint a harmadikban. Így kapjuk, hogy a harmadik kosárban 18 kg , a második kosárban pedig 36 kg alma van.
- c) Mivel a második és harmadik kosárban összesen 54 kg alma van, akkor lesz mindkettőben ugyanannyi, ha mindkét kosárban 27 kg alma lesz. Így kapjuk, hogy 9 kg almát kell áttennünk a második kosárból a harmadikba.

M. 7.18.

a)

TELEPÜLÉS	INDULÁSI IDŐ	MENETIDŐ	ÉRKEZÉSI IDŐ
Nekeresd	7 óra 6 perc	110 perc	8 óra 56 perc
Kukutyin	6 óra 21 perc	122 perc	8 óra 23 perc
Törpefalva	7 óra 15 perc	116 perc	9 óra 11 perc
Táltosföld	8 óra 48 perc	118 perc	10 óra 46 perc

- b) 54 perccel.

M. 7.19.

- a) Barnus.
- b) Máté: $10 \text{ óra } 22 \text{ perc}$;
Barnus: $9 \text{ óra } 45 \text{ perc}$;
Lackó: $10 \text{ óra } 30 \text{ perc}$;
Dáni: 11 óra .
- c) $2 \text{ óra } 15 \text{ percet}$.

M. 7.20. Az órán legközelebb $00:27$ -kor jelennek meg ugyanezek a számjegyek, tehát Julcsinak $4 \text{ óra } 20 \text{ percet}$ kell várnia.

M. 7.21.

- a) Peti, Máté.
- b) Petinek és Editnek.
- c) Hannának.
- d) Zolinak és Editnek.
- e) 45 percig.

M. 7.22.

- a) $(\text{negyed óra} - 3 \text{ perc}) = 12 \text{ percen át függeszkedtek összesen.}$
- b) $12 \text{ perc} = 720 \text{ másodpercig függeszkedtek összesen a fiúk.}$
- c) Tekintsük Dani idejét kiindulópontnak. Tudjuk, hogy Peti ideje ennél 16 másodperccel több, Balázs ideje pedig Dani idejének a kétszerese. Így a 720 másodpercet megkapjuk, ha Dani idejének négyszeresét vesszük, és hozzáadunk még 16 másodpercet. Ebből adódik, hogy Dani idejének négyszerese $720 - 16 = 704$ másodperc, amiből adódik, hogy Dani ideje: 176 másodperc. Ebből pedig adódik, hogy Peti ideje: 192 másodperc; Balázs ideje: 352 másodperc.

M. 7.23.

Idő	Az urnában levő golyók száma
8:00	1
8:01	2
8:02	4
8:03	8
8:04	16
8:05	32
8:06	64
...	...

A táblázatból jól látható, hogy az urnában levő golyók száma percenként kétszereződik, ebből pedig azonnal adódnak a válaszok.

- a) A 11. percben.
- b) A 11. percben.
- c) Az 59. percben.

M. 7.24. Az előző déltől a következő délig egy nap, azaz 24 óra telik el. Mivel kétszer annyi idő telt el, mint amennyi hátra van, így a 24 órát három egyenlő részre kell osztanunk, amiből kapjuk, hogy az előző dél óta 16 óra telt el, és még 8 óra van hátra a következő délig. Ha az előző déltől 16 óra telik el, akkor pedig jelenleg hajnali 4 óra van.

M. 7.25.

- a) $360 - 144 = 216$ óra múlva kezdődik Marci ünneplése. Mivel 1 hét = 168 óra, így $216 - 168 = 48$ órával több ez, mint 1 hét.
- b) Egy nap = 24 óra, így $360 \text{ óra} = 15 \text{ nap.}$
- c) Mivel a beszélgetés pénteken történik, 15 nap múlva szombat lesz.

8. fejezet

M. 8.1.

A(z) **D, F, J** síkidomok nem sokszögek.

A(z) **A, B, C, E, G, H, I, K** síkidomok sokszögek.

A(z) **F, J** síkidomokat görbe és egyenes vonalak határolják.

A(z) **A, B, H, I, K** sokszögeknek van derékszöge.

A(z) **A, B, C, E, H** sokszögeknek van párhuzamos oldalpárja.

A(z) **A, H** sokszögek téglalapok.

A(z) **G, H** sokszögeknek minden oldala egyenlő hosszú.

M. 8.2.

a) A, B, E, F.

b) C, D.

M. 8.3.

	Van derékszöge	Nincs derékszöge
Négyszög	A, B, G	E, I
Nem négyszög	C, D, F	H

M. 8.4.

- *Van olyan téglalap, melynek minden oldala egyenlő hosszú.* Igaz, ilyen a négyzet.
- *Van olyan rombusz, melynek minden oldala egyenlő hosszú.* Igaz, minden rombusz ilyen.
- *A téglalap átlói felezik egymást.* Igaz, a paralelogramma olyan négyszög, amelynek átlói felezik egymást. Mivel minden téglalap paralelogramma, a téglalapra is igaz ez a tulajdonság.
- *Minden deltoidnak két tükörtengelye van.* Hamis, csak azoknak a deltoidoknak van pontosan két tükörtengelyük, amelyeknek minden oldala egyenlő, de nem minden szöge egybevágó.
- *Nincs olyan négyszög, ami nem téglalap.* Hamis. Nem téglalap pl. a nem szimmetrikus trapéz, vagy a nem derékszögű deltoid, vagy a különböző oldalhosszú négyszög.
- *Minden négyzet deltoid.* Igaz, a négyzet speciális deltoid, mert igaz rá, hogy két-két szomszédos oldala egyenlő hosszú.
- *Van olyan négyzet, amely téglalap.* Igaz, minden négyzet téglalap, mert minden szöge derékszög.
- *Van olyan rombusz, amely négyzet.* Igaz, az olyan rombusz, amelynek minden szöge derékszög.

A felsoroltak között tehát 6 igaz állítás van.

M. 8.5.

a) N b) I c) N d) I e) N

M. 8.6. Úgy kell párosítanunk két-két távolságot vízszintesen és függőlegesen is, hogy az összetartozó párok összege ugyanannyi legyen, hiszen a négyzet minden oldala egyenlő. Ez a párosítás csak a $3\text{ cm} + 9\text{ cm} = 5\text{ cm} + 7\text{ cm} = 12\text{ cm}$ esetében teljesül, tehát a négyzet oldala 12 cm .

M. 8.7. Mivel a téglalap kerülete $K = 2(a + b) = 2a + 2b$, ahol a és b a téglalap oldalai, így kapjuk, hogy a téglalap másik oldal hosszának kétszerese: $24\text{ cm} - 2 \cdot 4\text{ cm} = 16\text{ cm}$, amiből kapjuk, hogy a téglalap másik oldala: 8 cm .

Más megoldás:

A téglalap két szomszédos oldalának hossza a kerület fele, ami 12 cm . Ha az egyik oldal 4 cm , a másik $(12 - 4)\text{ cm} = 8\text{ cm}$.

M. 8.8. Mivel a paralelogramma kerülete $K = 2(a + b) = 2a + 2b$, ahol a és b a paralelogramma párhuzamos oldalai, így kapjuk, hogy a paralelogramma másik oldalhosszának kétszerese: $28\text{ cm} - 2 \cdot 8\text{ cm} = 12\text{ cm}$, amiből kapjuk, hogy a paralelogramma másik oldala: 6 cm .

Más megoldás:

A paralelogramma két szomszédos oldalának hossza a kerület fele, ami 14 cm . Ha az egyik oldal 8 cm , a másik $(14 - 8)\text{ cm} = 6\text{ cm}$.

M. 8.9.

- a) Mivel a téglalap kerülete 24 cm , így a rövidebb és a hosszabb oldal hosszának összege: 12 cm . Mivel tudjuk, hogy a hosszabb oldal kétszer akkora, mint a rövidebb, így a 12 cm -t három egyenlő részre kell osztani. Így kapjuk, hogy a téglalap rövidebb oldala 4 cm , a hosszabb oldala 8 cm .
- b) Azok a rajzok lesznek megfelelők, amelyeknél teljesül, hogy a téglalap hosszabb oldala kétszer akkora, mint a rövidebb. Így Péteré és Rozié megfelelő, Ádámé azonban nem.

M. 8.10. Mivel a sakktábla kerülete 4 m , így egy oldalának hossza 1 m . Tudjuk, hogy a sakktábla $8 \times 8 = 64$ mezőből áll, így egy mező oldalának hosszát megkapjuk, ha $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ -t 8 egyenlő részre osztjuk. Tehát egy mező oldalának hossza $12,5\text{ cm}$, amiből kapjuk, hogy egy mező kerülete $4 \cdot 12,5\text{ cm} = 50\text{ cm}$.

Más megoldás:

A sakktábla mezői is négyzet alakúak. Mivel egy oldalon 8 mező van, a mezők oldalhossza a tábla oldalhosszának nyolcada, így egy mező kerülete a tábla kerületének a nyolcada, azaz $400\text{ cm} : 8 = 50\text{ cm}$.

M. 8.11. Mivel a kirakott háromszög minden oldala 6 gyufaszázból állt, így Ádám 18 gyufaszálat használt el a háromszög kirakásához, tehát maradt $60 - 18 = 42$ gyufaszál. Tudjuk, hogy a téglalap egyik oldala 8 gyufaszázból állt, így Bélának $2 \cdot 8 = 16$ gyufaszálra biztosan szüksége volt a két szemközti oldal kirakásához, ebből viszont következik, hogy a téglalap másik oldalának kétszereséhez maradt $42 - 16 = 26$ gyufaszál. Innen kapjuk, hogy 13 gyufaszálnyi a téglalap másik oldala.

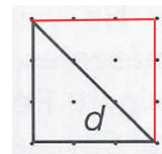
M. 8.12.

- a) Micimackónak és Nyuszinak sikerül, Fülesnek nem sikerül.
- b) Micimackónak.

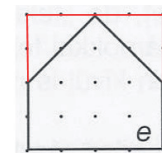
M. 8.13. Mivel a konyha hosszabbik oldala $3\text{ m } 15\text{ cm} = 315\text{ cm}$, így erre az oldalra $315 \div 15 = 21$ lap kell. A rövidebbik oldalra $180 \div 15 = 12$ ilyen sor fér. Így a konyha kirakásához $21 \cdot 12 = 252$ darab burkolólapra van szükség.

M. 8.14.

- a) 9.
- b) 6.
- c) 15.
- d) Egészítsük ki a háromszöget az ábrán látható módon! A keletkezett négyzet területe 9 egység, így az eredeti háromszög területe 4 és fél egység.

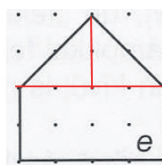


- e) Egészítsük ki az ötszöget az ábrán látható módon! A keletkezett négyzet területe 16 egység, ebből éppen egy olyan négyzet hiányzik, melynek a területe 4 egység. Tehát az ötszög területe $16 - 4 = 12$ egység.

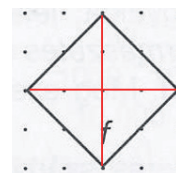


Más megoldás:

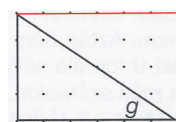
Daraboljuk fel az ötszöget a piros vonalak mentén! A téglalap területe 8 egység, a két háromszög területe összesen 4 egység, így az ötszög területe 12 egység.



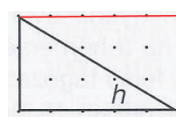
- f) A keletkezett 4 kis háromszögből kettőt-kettőt kiválasztva két olyan négyzetet tudunk létrehozni, melyek a területe 4 egység. Tehát az eredeti négyzet területe 8 egység.



- g) Egészítsük ki a háromszöget az ábrán látható módon! A keletkezett téglalap területe 24 egység, így az eredeti háromszög területe 12 egység.



- h) Egészítsük ki a háromszöget az ábrán látható módon! A keletkezett téglalap területe 15 egység, így az eredeti háromszög területe 7 és fél egység.



M. 8.15.

- a) Az A ábrán levő szoba alaprajza: $10 \cdot 9 - 3 \cdot 6 = 72$ egység.

Más megoldás:

A szoba területe egy $7 \cdot 9 = 63$ és egy $3 \cdot 3 = 9$ egység területű téglalap területének az összege, azaz 72 egység.

- b) A B ábrán levő szoba alaprajza: $10 \cdot 9 - (3 \cdot 5 - 2) = 77$ egység. A C ábrán levő szoba alaprajza: $10 \cdot 9 - (4 \cdot 4 - 2) = 76$ egység. Így a B ábrán levő szoba a legnagyobb alapterületű.

Más megoldás:

Annak a szobának a területe a legnagyobb, amelyből az erkély a legkisebb területet veszi el.
Az erkélyek területe a rajzokról leolvasható. A: $3 \cdot 6 = 18$, B: $3 \cdot 5 - 2 = 13$, C: $4 \cdot 4 - 2 = 14$.
Így a B ábrán levő szoba a legnagyobb alapterületű.

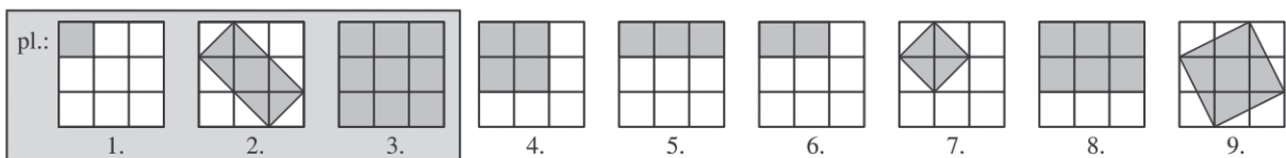
- c) A B szobához tartozó erkély alapterülete: $3 \cdot 5 - 2 = 13$ egység; a C szobához tartozó erkély alapterülete: $4 \cdot 4 - 2 = 14$ egység, így 1 egységnyi a különbség.

M. 8.16.

- a) Az ábra alapján kiszámítható, hogy az eredeti csokoládé olyan volt, amely 5 sorban 7-7, azaz 35 kockából állt.
b) Peti $35 - 15 = 20$ kocka csokoládét evett, 5 kockával többet, mint Kati.
c) Miután Laci megette a szélső kockákat, Fanninak egy olyan csokoládé maradt, amely 4 sorban 2-2, azaz 8 kockából állt, ennyit evett Fanni. Mivel az eredeti csokoládé 24 kockából állt, így Laci $24 - 8 = 16$ kocka csokoládét evett, 8 kockával többet, mint Fanni.

M. 8.17.

- a) Az alábbi ábrán látható az összes megoldás. (A megoldások sorrendje nem számít!)

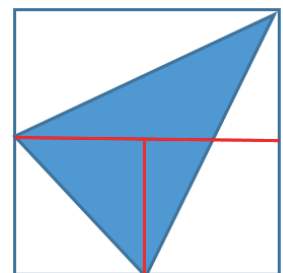


- b) A 2. ábrán látható téglalap területe 4 egység. Ugyancsak 4 egység a fenti megoldásban a 4. ábrán szereplő négyzet területe.
c) A fenti megoldásban található téglalapok területét mutatja a táblázat.

A téglalap sorszáma	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
A téglalap területe	1	4	9	4	3	2	2	6	5

Ebből látszik, hogy a 6. és 7. ábrán szereplő téglalapok területe azonos még.

- M. 8.18. Húzzuk be az oldalak felezőpontjain áthaladó szakaszokat az ábrán látható módon! Tudjuk, hogy az eredeti négyzet területe 1, így a keletkezett kis négyzetek területe $\frac{1}{4}$, így a bal alsó sarokban levő kis fehér háromszög területe $\frac{1}{8}$. A felső téglalap területe $\frac{1}{2}$, így a bal felső sarokban levő nagyobb fehér háromszög területe $\frac{1}{4}$, ebből adódik, hogy az eredeti ábrán a jobb alsó sarokban levő nagyobb fehér háromszög területe is $\frac{1}{4}$.
Tehát a kék háromszög területe: $1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$.



M. 8.19.

- a) 12
b) 10
c) 3
d) 2

M. 8.20.

	F	L	H	T
Az egész síkidom területe	210	600	60	392
A szürke rész területe	60	400	36	196
A fehér rész területe	150	200	24	196
Egy kis négyzet területe	30	100	6	49

M. 8.21.

- A területmérés egysége lehet olyan négyzet, melynek oldalai 1 cm hosszúak, de lehet olyan téglalap is, amelynek egyik oldala fél cm, a másik oldala 2 cm. A méréshez választhatunk pl. egy olyan derékszögű háromszöget is, amelynek egyik befogója 1 cm, a másik 2 cm. Nem a mértékegység alakja, hanem annak területe a fontos. A területmérés mértékegysége 1 cm^2 .
- A területmérés egysége lehet olyan négyzet, melynek oldalai 2 cm hosszúak. A területmérés mértékegysége 4 cm^2 .
- A területmérés egysége lehet olyan téglalap, melynek egyik oldala 1 cm, a másik oldala 2 cm hosszú. A területmérés mértékegysége 2 cm^2 .
- A területmérés egysége lehet olyan négyzet, melynek oldalai fél ($\frac{1}{2}$) cm hosszúak. A területmérés mértékegysége $\frac{1}{4} \text{ cm}^2$.

M. 8.22. Mivel a négyzet területe: $T(a) = a \cdot a$, ahol a jelöli a négyzet oldalát, így ha a négyzet oldalát valahányszorosára (k -szorosára) változtatjuk, akkor a négyzet területe ennek a számnak a négyzetszeresére változik: $T(a \cdot k) = a \cdot k \cdot a \cdot k = a \cdot a \cdot k \cdot k = T(a) \cdot k^2$. Tudjuk, hogy a négyzet területe 64-szeresére nőtt, így a négyzet oldalát Hókuszpók 8-szorosára nagyította.

M. 8.23.

- A, B.
- E, F, H.
- D.
- G, H.

M. 8.24.

- 4-et.
- 12-t.
- Az A jelű ablak 4×8 -as méretű üvegtáblája a két legnagyobb területű. Az üvegtábla oldalainak hossza: 40 cm, 80 cm.

M. 8.25.

- 120 cm hosszú a terítő egy oldala, hiszen 12 darab négyzetlapból áll.
- 48 dm hosszúságot kellett körbevarrnia hímzőfonallal, hiszen ekkora a 12 dm oldalhosszúságú négyzet kerülete.
- Kétszer annyi szürke négyzetlapot használt fel a terítőhöz, mint feketét.
- 44 darab négyzetlap kellene a díszítőcsíkhöz: $10 \cdot 4 + 4$ (a csúcsokban).

M. 8.26.

- A zöldségekkel bevetett területek összege: $3 + 3 + 12 + 16 + 8 = 42$, így a C kép ábrázolja Kati néni veteményeskertjét.
- Mivel az egyik oldal 6 egység, így ennek valóságos hossza $30 \text{ dm} = 3 \text{ m}$. A másik oldal pedig 7 egység, így ennek valóságos hossza $35 \text{ dm} = 3 \text{ és fél m}$.
- Négyszerese.
- Az oldalak hossza 2, illetve 6 egység, így a kerület 16 egység, amiből következik, hogy a kerítés hossza $5 \text{ dm} \cdot 16 = 80 \text{ dm} = 8 \text{ m}$.

M. 8.27.

- Mivel a kerítés (azaz a kerület) 16 egység, így a kert két szomszédos oldalának összege 8 egység, amiből kapjuk, hogy a kert ismeretlen oldala 5 egység hosszú. Tehát a kert területe 15 négyzetegység.
- Mivel a kerítés (azaz a kerület) 16 egység, így a kert két oldalának összege ebben az esetben is 8 egység, így Pál kertjében az oldalak hosszúsága:

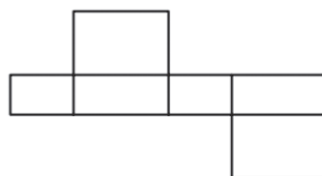
Egyik oldal	1	2	4
Másik oldal	7	6	4
Kerítés hosszúsága	16	16	16

c)

Egyik oldal	1	2	4
Másik oldal	7	6	4
Pál kertjének területe	7	12	16

Pál kertje négyzet alakú.

M. 8.28. Az alábbi két hálóból készíthető zárt dobozka:



M. 8.29.

- Nem.
- Nem.
- Igen.
- Nem.
- Igen.

M. 8.30.

-
-
-
-
-
-

M. 8.31.

- a) 4.
- b) 7.
- c) Szintenként számolva: $7 + 5 + 3 + 1 = 16$.
- d) A lehető legkevesebb kiskockával olyan nagy kockát lehet készíteni, amelynek minden élén 4 kiskocka van, így ez a nagy kocka $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ kiskockából áll. Így $64 - 16 = 48$ kiskockára volt még szüksége.

M. 8.32.

- a) A tömör kocka $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ kiskockából áll.
- b) A tömör kocka minden lapjára 5 szürke matricát ragasztottunk, s mivel a kockának 6 lapja van, így 30 szürke matricát ragasztottunk fel.
- c) 8, mivel csak a csúcsokban levő kiskockákra került 3 matrica.
- d) A kocka minden élén van egy ilyen kiskocka, így ez 12 darab. Továbbá a kocka belsejében is van még egy kiskocka, amelynek nyilván minden lapja fehér. Tehát 13 kiskockának nincs matricával leragasztott lapja.

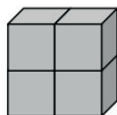
M. 8.33.

- a) Ennél a testnél



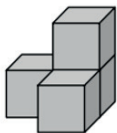
$$4 \cdot 4 + 2 = 18 \text{ négyzetlapot festett be.}$$

- Ennél a testnél



$$2 \cdot 4 + 4 \cdot 2 = 16 \text{ négyzetlapot festett be.}$$

- Ennél a testnél



$$5 + 5 + 5 + 3 = 18 \text{ négyzetlapot festett be.}$$

- b) A 12 kiskockának $6 \cdot 12 = 72$ lapját festette volna zöldre, így $72 - 18 - 16 - 18 = 20$ négyzetlappal festett volna többet.

M. 8.34.

- a) Mivel a fal magassága 54 cm, így Peti $54 : 3 = 18$ szintet rakott egymásra. Minden szinten 4 kocka van, így a fal $4 \cdot 18 = 72$ kockából áll.
- b) Mivel a fal 136 kockából áll, és minden szinten 8 kocka van, így $136 : 8 = 17$ szint alkotja a falat. Ez a fal 1 szinttel alacsonyabb, mint az előző napi, így 3 cm köztük a különbség.

M. 8.35. $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$, így a dobozban $1000 \div 4 = 250$ darab kockacukor van.

Mivel a doboz élei egész számok (hiszen a kockacukor éle is egész szám: 1 cm), így fel kell bontanunk a 250-et három egész szám (ez lesz a doboz három éle) szorzatára úgy, hogy egyik szám sem lehet 10-nél nagyobb. Ez csak az $5 \cdot 5 \cdot 10 = 250$ esetén lehetséges.

Az 5 cm, 5 cm és 10 cm éllel rendelkező doboz felszíne: $(5 \cdot 5) \cdot 2 + (5 \cdot 10) \cdot 4 = 250 \text{ cm}^2$.

Irodalomjegyzék és felhasznált feladatok

- ÁRVAINE LIBOR Ildikó – LÁNGNÉ JUHÁSZ Szilvia – SZABADOS Anikó (2010A): *Sokszínű matematika* 3. II. félév. Mozaik Kiadó, Szeged.
19.o. 6/c; 24.o. 1; 25.o. 1/b, 5; 41.o. 5/a; 55.o. 4/b; 56.o. 1/b; 62.o. 4; 73.o. 2/c; 83.o. 4.
- ÁRVAINE LIBOR Ildikó – LÁNGNÉ JUHÁSZ Szilvia – SZABADOS Anikó (2010B): *Sokszínű matematika* 4. I. félév. Mozaik Kiadó, Szeged.
14.o. 1; 17.o. 1; 28.o. 4; 86.o. 7.
- ÁRVAINE LIBOR Ildikó – LÁNGNÉ JUHÁSZ Szilvia – SZABADOS Anikó (2010C): *Sokszínű matematika* 4. II. félév. Mozaik Kiadó, Szeged.
13.o. 1/c; 25.o. 1, 4; 31.o. 3, 7; 35.o. 5, 6; 36.o. 3; 37.o. 5; 39.o. 5/a; 40.o. 6; 49.o. 5; 51.o. 4/c; 52.o. 5; 67.o. 5, 6; 78.o. 1/c; 78.o. 4; 83.o. 2/b.
- ÁRVAINE LIBOR Ildikó – LÁNGNÉ JUHÁSZ Szilvia – SZABADOS Anikó (2011): *Sokszínű matematika* 3. I. félév. Mozaik Kiadó, Szeged.
21.o. 4.; 25.o. 2/d; 34.o. 3; 35.o. 4; 38.o. 3, 5.
- C. NEMÉNYI Eszter – KÁLDI Éva (1999): *Matematika munkafüzet 4. osztály*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
16.o. 1; 99.o. 1; 107.o. 1; 123.o. 2.
- C. NEMÉNYI Eszter – KÁLDI Éva (2002): *Matematika tankönyv 4. osztály*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
7.o. 14; 54.o. 17; 55.o. 18, 19; 82.o. 24; 83.o. 33, 34, 35; 84.o. 41; 150.o. 11; 151.o. 13; 158.o. 31, 32; 160.o. 48, 49; 165.o. 17, 18; 168.o. 29; 171.o. 38, 39; 198.o. 33; 199.o. 35; 202.o. 45, 46.
- C. NEMÉNYI Eszter – WÉBER Anikó (1998): *Matematika tankönyv 3. osztály*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
21.o. 37, 38; 79.o. 28; 94.o. 35; 109.o. 10; 122.o. 22; 147.o. 20; 172.o. 32; 182.o. 60.
- C. NEMÉNYI Eszter – WÉBER Anikó (2000): *Matematika munkafüzet 3. osztály*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
144.o. 1,2.
- OH, Oktatási Hivatal (2006–2018): *Központi írásbeli feladatsorok, javítási-értékelési útmutatók: 8 osztályos gimnáziumba*. Oktatási Hivatal, Budapest. https://www.oktatas.hu/koznevelas/kozepfo-ku_felveteli_eljaras/kozponti_feladatsorok (Letöltés ideje: 2018. 11. 27.)
- PINTÉR Klára (2017): *Minimum kérdések. Matematika tantárgypedagógiából I. éves tanító szakos hallgatók számára*. <http://www.jgypk.hu/toki/matek/wp-content/uploads/2017/01/tanitominimum.pdf> (Letöltés ideje: 2018. 11. 27.)
- TIT KALMÁR László (2015–2018): *Korábbi évek versenyfeladatai*. <http://www.titkalmazslomatematika-verseny.hu/versenyfeladatok> (Letöltés ideje: 2018. 11. 27.)

